Math Un 198
-2

Mathesis. Systemata et methodi ord: chronol: 117.

Viète

R

Anfangsgründe

der

Mathematik,

von

Gerhard Ulrich Anton Vieth.

Zweiter Theil.

Statik, Optik und Astronomie.

Leipzig,
bei *Johann Ambrosius Barth.*

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Vorrede.

Die angewandte Mathematik ist von so grossem Umfange, dass ein *vollständiges* System derselben in einem Lehrbuche, wie gegenwärtiges, unmöglich Platz finden kann.

Man kann die dazu gehörigen Wissenschaften schicklich in zwei grosse Classen ordnen; die erste begreift Anwendungen der Grössenlehre auf Gegenstände der *Natur*, die zweite An-

wendungen auf Gegenstände des *bürgerlichen Lebens.*

Die *physische* angewandte Mathematik macht den Inhalt dieses zweiten Theils der Anfangsgründe aus.

Die *bürgerliche* oder *practische* Mathematik verlangt, wenn sie mit einigem Nutzen gelehrt werden soll, weitläuftigere Anleitung, als in den Lehrbüchern der gesammten Mathematik gewöhnlich gegeben wird. Das Wenige, was am Ende derselben von Baukunst u. s. w. vorzukommen pflegt, schien mir immer eben so gut ganz fehlen zu können. Sollte indessen dieses Buch einigen Beifall erhalten, so könnten die Anfangsgründe der praktischen Mathematik den dritten Theil ausmachen.

Von der mathematischen Geographie ist das Wichtigste in der Astronomie vorgetragen, wo es wohl am rechten Orte steht. Mir scheint es der Me-

thode gemäss, erst die Kugelgestalt und Bewegung der Erde zu beweisen, ehe man die Copernicanische Weltordnung vorträgt; erst die Grösse der Erde zu bestimmen, ehe man von Grösse und Entfernung der Weltkörper handelt.

Chronologie und Gnomonik rechne ich zur praktischen Mathematik und habe sie daher hier weggelassen. So ist auch aus der Statik alles, was zur Maschinenlehre gehört, weggeblieben und für die practische Mathematik verspart worden. Es schien mir dem Zwecke dieses Buches gemäss, nicht sowohl Vielerlei zu lehren, als das, was ich lehrte, überzeugend zu lehren.

Es ist wohl kaum nöthig, hier die grössern Werke zu nennen, die der Lehrer, der sich dieses Buchs beim Unterrichte bedienen will, zu weitern Erläuterungen (wozu allenthalben viel Stoff übrig geblieben und angedeutet ist) nach-

schlagen kann. Zum Beispiel *Wolf's* Elemente, *Kästners* Anfangsgründe, *Karstens* Lehrbegriff und Anfangsgründe; *Gehlers* physikalisches Wörterbuch; *Bodens* Erläuterung der Sternkunde u. a. m. *Lamberts* cosmologische Briefe führen die erhabenen Betrachtungen aus, mit deren Erwähnung ich das Buch am schönsten zu beschliessen glaubte.

V.

Dessau,
im Februar 1796.

Inhalt.

I. *Statik.*

Grundbegriffe — S. 1 bis 8

A. Vom Hebel

1. Gesetze des Gleichgewichts: — 9 — 28

2. Folgerungen daraus

a. Lehre vom Schwerpuncte — 29 — 26

b. Von Zusammensetzung der Kräfte — 37 — 47

B. Von der schiefen Ebne — 38 — 57

II. *Hydrostatik.*

Grundbegriffe — 1 — 2

A. Gleichgewicht unelastischer Flüssigkeiten unter einander

1. Gesetze des Gleichgewichts ohne Rücksicht auf Schwere. — 3 — 4

2. Gesetze des Gleichgewichts bei schweren Flüssigkeiten

a. Einerlei Art

1. Stand des Wassers in Gefässen und Röhren — 5 — 6

2. Druck auf das Gefäss — 7 — 13

b. Verschiedener Art — 14 — 17

B. Gleichgewicht mit eingetauchten Körpern

1. Gesetze des Gleichgewichts

Inhalt.

a. Allgemein - §. 18

b. Besonders

1. Körper schwererer Art — 19

2. Körper leichterer Art — 20

2. Erforschung des specifischen Gewichts

a. Allgemein - — 22 — 25

b. Besonders

1. Flüssiger Massen - — 26 — 27

2. Fester Körper - — 28 — 39

III. *Aërostatik.*

Grundbegriffe - - — 1 — 28

Druck der Luft. - — 29 — 49

Dichtigkeit der Luft. - — 50 — 53

Wärme der Luft - — 54 — 68

Feuchtigkeit der Luft - — 69 — 75

Luftbälle - - — 76 — 92

V. *Optik.*

Grundbegriffe - — 1 — 5

Stärke der Erleuchtung - — 6 — 9

Schatten - - — 10 — 41

Scheinbare Grösse und Gestalt — 42 — 55

Scheinbare Lage und Bewegung — 56 — 73

Perspectiv - - — 74 — 110

VI. *Dioptrik.*

Grundbegriffe - - — 1 — 16

Brechung in ebenen Gläsern - — 17 — 27

Brechung in krummen Gläsern — 28 — 50

Das Auge - - — 51 — 68

Augengläser - - — 69 — 75

Mikroskope - - — 76 — 84

Teleskope - - — 85 — 98

Inhalt.

VII. *Katoptrik.*

Grundbegriffe - - §. 1 — 13
Zurückwerfung von ebnen Spiegeln — 14 — 22
Zurückwerfung von krummen Spiegeln — 23 — 37
Spiegelteleskope - — 38 — 48

VIII. *Astronomie.*

Einleitung - - — 1 — 5
A. Sphärische Astronomie
I. Gemeine Erfahrungen
a. Erster Anblick der Erde und des Himmels. - — 6 — 7
b. Gemeine Bewegung — 8 — 11
c. Eigne Bewegung - — 12 — 21
d. Finsternisse - — 22 — 23
II. Allgemeine Bestimmung des Orts und der Zeit
a. Aus dem Anblick des Himmels und der gemeinen Bewegung — 24 — 71
b. Aus der eigenen Bewegung der Sonne — 72 — 130
B. Theorische Astronomie
I. Unsere Sonnenwelt
a. Ordnung der dazu gehörigen Weltkörper
1. Vorläufige Untersuchungen
α. Über unsere Erde — 131 — 165
β. Über andere Weltkörper — 166 — 177
2. Wahre Weltordnung — 178 — 180
b. Bewegung der Weltkörper
1. Umlauf
α. Bahnen

Inhalt.

1. Gestalt	-	§. 181 — 193
2. Lage	-	— 194 — 196
3. Verhältniss	-	— 197 — 198
β. Zeiten	-	— 199 — 215
2. Umdrehung	-	— 216 — 217
c. Entfernung und Grösse		
1. Die Erde	-	— 218 — 223
2. Andere Weltkörper		
a. Parallaxe	-	— 224 — 236
b. Entfernung	-	— 237 — 143
c. Grösse	-	— 244 — 246
Tabellarische Übersicht		— 247
Vergleichende und physische Astronomie	-	— 248
d. Verfinsterungen		
1. Allgemein	-	— 249 — 252
2. Besonders		
a. Mondfinsternisse		— 263 — 263
b. Sonnenfinsternisse		— 264 — 269
Durchgänge etc.	-	— 270
II. Fixsterne	- -	— 271 — 275

S T A T I K.

Grundbegriffe der Statik.

§. 1.

Erklärung.

Wenn ein Körper an *einem* Orte bleibt; so ist er in *Ruhe*, wenn er seinen Ort verändert, so ist er in *Bewegung*. Wenn er aus Ruhe in Bewegung, oder aus Bewegung in Ruhe übergeht, so muss eine Ursache da seyn, die diese Veränderung bewirkt, diese heisst *Kraft*. Solche Kräfte, deren eine die Wirkung der andern hindert, heissen *entgegengesetzte* Kräfte. Wenn die Wirkungen wechselseitig *gänzlich* aufgehoben werden, so entsteht *Gleichgewicht*, wo nicht, so hat die Kraft, deren Wirkung nicht gänzlich gehindert wird, das *Übergewicht*. Die Lehre vom Gleichgewicht der Kräfte bei festen Körpern heisst *Statik*.

§. 2. *Erfahrung.* Körper, die nicht gehalten werden, fallen in gerader Linie zur Erde, und spannen einen Faden, woran sie gehenkt

werden, nach einer geraden Linie aus, nach welcher sie freigelassen fallen würden, und welche auf die Oberfläche eines ruhigen Wassers senkrecht ist. Die Kraft, die dieses bewirkt, heisst die *Schwere*, und die erwähnten geraden Linien die *Richtungen* der Schwere. In geringen Entfernungen von einander sind die Richtungen der Schwere so gut wie *parallel*.

§. 3. *Erklärung.* Die Richtungen der Schwere heissen auch *vertikale* oder *lothrechte* Linien. Eine Ebne, in welcher sie sich befinden, eine vertikale oder lothrechte Ebne. Die Ebne, auf welcher sie senkrecht sind, wie die Oberflache eines ruhigen Wassers, heisst eine *horizontale* oder *wagrechte* Ebne, und jede darin befindliche gerade Linie eine horizontale oder wagrechte Linie.

§. 4. *Erklärung.* Der Druck, welchen ein Körper vermöge der Schwere auf Dasjenige, was ihn hält, ausübt, ist sein *Gewicht*. Ein Körper hat desto mehr Gewicht, je mehr Materie er hat. Körper, die gleich gross sind, haben nicht immer auch gleiches Gewicht. Diejenigen, welche mehr Gewicht haben, als andere, heissen in Rücksicht dieser, Körper *schwererer Art*, oder *dichtere* Körper; letztere aber in Rücksicht jener, heissen Körper *leichterer Art*, oder *lockere* Körper.

§. 5. *Erklärung.* Wenn auf einem Körper in zweien Punkten entgegengesetzte Kräfte wir-

ken, welche denselben, falls eine die andere überwiegt, um einen dritten unverrückten Punct drehen, so denke man sich von jenen beiden Puncten zu diesem dritten gerade Linien gezogen. Diese machen einen *mathematischen Hebel.* Sie selbst heissen die *Arme* des Hebels. Der feste Punct heisst der *Ruhepunct.* Das, was den Ruhepunct unverrückt erhält, heisst die *Unterlage,* oder das *Hypomochlium.* Machen beide Arme des Hebels *eine* gerade Linie aus, so ist es ein *geradlinichter* Hebel. Machen sie einen Winkel, so ist es ein *Winkelhebel,* bei welchem also der Ruhepunct im Scheitel des Winkels liegt. Liegt beim geradlinichten Hebel der Ruhepunct zwischen den beiden Puncten, wo die Kräfte angebracht sind, so ist es ein Hebel *ersterer* Art. Liegen aber die Puncte, wo die Kräfte angebracht sind, an *einer* Seite des Ruhepuncts, so ist es ein Hebel *zweiter Art.*

§. 6. *Erklärung.* Die gerade Linie, welche vom Ruhepunkte auf die Richtung der Kraft *senkrecht* gezogen wird, heisst die *Entfernung* dieser Kraft vom Ruhepuncte. Wenn also die Richtung der Kraft senkrecht auf den Arm des Hebels ist, so ist Arm und Entfernung einerlei. Das Product aus der Kraft mit ihrer Entfernung multiplicirt heisst das statische *Moment* der Kraft.

§. 7. *Erklärung.* Eine *Rolle* ist eine kreisförmige Scheibe, welche sich frei um ihren

Mittelpunct drehen lässt. Man kann sich, wenn Kräfte am Umfange der Rolle wirken, immer einen gleicharmigen Hebel in ihr vorstellen, der, je nachdem die Kräfte angebracht sind, ein gradlinichter oder ein Winkelhebel ist.

§. 8. *Anmerkung.* In der Untersuchung über das Gleichgewicht der Kräfte bei festen Körpern fängt man vom mathematischen Hebel an, das heisst: man betrachtet bloss die drei oben erwähnten, durch gerade Linien verbundenen Puncte und daran wirkende Kräfte, ohne auf Materie, Form und Gewicht eines Körpers Rücksicht zu nehmen.

Vom Hebel

(nebst der Lehre vom Schwerpunct und der Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte.)

§. 9. *Lehrsatz. Zwei gleiche Gewichte P und Q, welche am gleicharmigen, geradlinichten Hebel ersterer Art Fig. 1. senkrecht herunterhängen, halten einander im Gleichgewicht.*

Beweis. Auf beiden Seiten des Ruhepunctes ist Alles gleich. Was also bewirken sollte, dass A sinke, das müsste auf der andern Seite auch bewirken, dass B sinke. Beides zugleich kann aber nicht seyn, folglich bleibt die Linie AB horizontal liegen, die Wirkung

der einen Kraft wird gänzlich durch die andere gehindert, es ist Gleichgewicht.

§. 10. *Zusatz.* Aus eben dem Grunde, nemlich weil, wenn Alles auf einer Seite des Ruhepunctes wie auf der andern ist, die Wirkungen der Kräfte nothwendig wechselseitig ganz gehindert werden, muss auch bei einem Winkelhebel ACB Fig. 2. Gleichgewicht seyn, wenn derselbe gleicharmig ist und die Kräfte beide in der Ebne des Winkels und beide unter rechten Winkeln gegen die Arme wirken.

Desgleichen bei einer Rolle, wenn die Kräfte an derselben in der Ebne der Rolle nach der Tangente wirken, sie mögen übrigens so angebracht seyn, dass ein geradlinichter Hebel Fig. 3. oder dass ein Winkelhebel Fig. 4. entsteht.

§. 11. *Zusatz.* Der Punct P, Fig. 5, wird mit einer Kraft, die dem Gewichte Q gleich ist, nach der Richtung PA gezogen; man kann daher jede beliebige Richtung der Kraft durch Gewichte hervorbringen, indem man diese an Fäden hängt, welche über Rollen geleitet sind. *)

---

*) Es wird hierbei vorausgesetzt, dass ein vollkommen biegsamer Faden sich unter den angegebnen Umständen immer nach der Richtung der Tangente ausspanne. Obgleich dieses hier, so wie in der höhern Mathematik

§. 12. *Zusatz.* Ungleiche Kräfte können am gleicharmigen geradlinichten Hebel ersterer Art *nicht* im Gleichgewichte seyn. Wenn P = Q mit Q im Gleichgewicht ist, so wäre es ungereimt, dass eine andere Kraft, die grösser oder kleiner als P wäre, unter übrigens denselben Umständen auch mit Q im Gleichgewichte seyn sollte.

§. 13. *Lehrsatz.* *Eine Kraft Q, die an der einen Seite des Ruhepunctes senkrecht herunter; und eine Kraft R, die an der andern Seite des Ruhepunctes in gleicher Entfernung von demselben senkrecht hinaufzieht, drehen den Hebel gleich stark nach einer und eben derselben Seite.* Fig. 6.

Beweis. Jede derselben würde von einer Kraft P = Q = R die an dem Puncte, wo R angebracht ist, senkrecht herunterzöge, im Gleichgewichte erhalten werden; mithin muss die Wirkung von Q und R die nämliche seyn.

§. 14. *Lehrsatz.* *Wenn zwei senkrechte Kräfte am geradlinichten Hebel der einen Art im Gleichgewichte sind, so sind sie auch am Hebel der andern Art im Gleichgewichte, wenn*

---

in der Lehre von den *Evoluten* gemeiniglich stillschweigend angenommen wird, so wird doch eine kurze mündliche Erläuterung nicht unnütz seyn.

ihre Entfernungen vom Ruhepuncte bei beiden dieselben bleiben.

Beweis. Wenn P und Q Fig. 7 im Gleichgewichte sind, so sind auch P und R im Gleichgewichte, wenn R = Q und CD = CB ist, denn R und Q wirken auf gleiche Art zur Drehung des Hebels und können folglich eine statt der andern gesetzt werden. Es ist klar, dass man eben so auch umgekehrt schliessen kann: wenn P und R im Gleichgewichte sind, so sind es auch P und Q.

§. 15. *Lehrsatz. Wenn am geradlinichten Hebel zwei senkrechte Kräfte im Gleichgewichte sind, so ist der Druck auf die Unterlage beim Hebel der ersten Art der Summe beider Kräfte beim Hebel der zweiten Art dem Unterschiede beider Kräfte gleich.*

Beweis. Beim Hebel der ersten Art Fig. 8. ist offenbar, dass die Unterlage beide Gewichte P und Q tragen müssen.

Nähme man die Unterlage weg, so müsste eine Kraft R = P + Q Fig. 9. senkrecht hinauf wirken.

Nähme man Q weg, Fig. 10, so müsste über B ein fester Widerstand seyn, und dieser würde mit einer Kraft = Q also = R — P in die Höhe gedrückt.

§. 16. *Lehrsatz.* *Die einfache Kraft in der doppelten Entfernung ist im Gleichgewicht mit der doppelten Kraft in der einfachen Entfernung.*

Beweis. In Fig. 8. sey CA = CB und P = Q, so ist Gleichgewicht (§. 9.). Statt der Unterlage sey in Fig. 9. R = P + Q = 2 P, so ist auch hier alles im Gleichgewicht (§. 14.) Statt Q sey in Fig. 10 ein Widerstand über B, so ist nun am Hebel *zweiter* Art P in der Entfernung AB = 2 BC im Gleichgewicht mit R = 2 P in der Entfernung BC folglich auch wegen §. 12 und 13 mit 2 P in gleicher Entfernung am Hebel der *ersten* Art Fig. 11.

§. 17. *Zusatz.* Auch ist die einfache Kraft in der dreifachen Entfernung im Gleichgewicht mit der dreifachen Kraft in der einfachen Entfernung. Denn wenn Fig. 12. statt der Unterlage eine Kraft S = P + R = 3 P aufwärts zieht, so ist alles noch im Gleichgewicht (§. 14.). Auch noch wenn Fig. 13. statt R ein Widerstand über D angebracht wird, also hier am Hebel der *zweiten* Art P in der Entfernung AD = 3 BD im Gleichgewicht mit S = 3 P in der Entfernung BD. Folglich auch noch in Fig. 14. mit 3 P am Hebel der *ersten* Art.

§. 18. *Zusatz.* Es ist offenbar, dass man immer so fortschliessen könne, und dass im allgemeinen eine Kraft = in der Entfernung = n

im Gleichgewicht sey mit einer Kraft = n P in der Entfernung = 1 (wo n jede ganze Zahl bedeutet).

§. 19. *Lehrsatz. Eine Kraft Q, die in der Entfernung CB an einer Seite vom Ruhepunct herunter und eine andere Kraft* $R = \frac{1}{n} Q$ *die in der Entfernung CA = n. CB an der andern Seite hinaufwirkt, drehen den Hebel gleich stark nach einer und eben derselben Seite.* Fig. 15.

Beweis. Jede derselben würde von einer dritten Kraft $P = R = \frac{1}{n} Q$ die in A senkrecht herunterzöge, erhalten werden, mithin muss beider Wirkung gleich seyn, wie §. 13. und man kann eine statt der andern setzen.

§. 20. *Zusatz.* So auch zwei Kräfte Q in der Entfernung CB Fig. 16. und $P = \frac{1}{n} Q$ in der Entfernung CA = n CB, welche an *einerlei* Seite des Ruhepunctes beide senkrecht herunter wirken, drehen den Hebel gleich stark nach einer und eben derselben Seite, denn jede würde von einer dritten Kraft R = Q in B angebracht erhalten.

§. 21. *Lehrsatz. Zwei senkrechte Kräfte sind am geradlinichten Hebel sowohl erster als*

zweiter Art im Gleichgewicht, wenn sie sich umgekehrt verhalten, wie ihre Entfernungen vom Ruhepuncte.

Beweis. Für die Verhältnisse 1 : n ist es schon §. 17. bewiesen. Hier also ist es noch für jedes andre Verhältniss m : n zu beweisen, deren Exponent keine ganze Zahl ist.

Es sey also Fig. 17. P : Q = m : n und die Entfernungen CA : CB = n : m, wo m und n jede beliebige ganze Zahlen bedeuten.

Statt P hänge man in der Entfernung $CD = \frac{1}{n} CA$ ein Gewicht $R = n P$.

Statt Q in der Entfernung $CE = \frac{1}{m} CB$ ein Gewicht $S = m Q$.

R und S thun nach §. 19. dieselbe Wirkung zur Drehung des Hebels, wie vorher P und Q.

Liesse sich nun zeigen, dass R und S im Gleichgewichte seyen, so folgte auch, dass P und Q im Gleichgewichte seyn müssen.

Dass aber R und S wirklich im Gleichgewichte sind, erhellet so:

Es ist $R = n P$ und $S = m Q$ und aus obiger ersten Proportion folgt, dass $n P = m Q$ sey, mithin ist $R = S$.

Es ist ferner $CD = \frac{1}{n} AC$ und $CE = \frac{1}{m} CB$ und aus obiger zweiten Proportion folgt, dass $m\,CA = n\,CB$, mithin auch, dass $\frac{1}{n} CA = \frac{1}{m} CB$ sey; also ist $CD = CE$.

Folglich ist Gleichgewicht (§. 9.).

Es war erst angenommen, dass m und n ganze Zahlen seyen; aber das Verhältniss zweier Brüche lässt sich immer auf ganze Zahlen bringen, mithin gilt der Satz von jedem Rationalverhältniss.

Und jedes Irrationalverhältniss lässt sich, so nahe man will, durch ein Rationalverhältniss ausdrücken.

Mithin gilt der Satz für alle Verhältnisse.

§. 22. *Lehrsatz. Auch am Winkelhebel sind zwei Kräfte, die in seiner Ebne an seinen Armen senkrecht ziehen, im Gleichgewicht, wenn sie sich umgekehrt wie die Arme, also umgekehrt wie die Entfernungen vom Ruhepuncte verhalten.*

Beweis. Am Winkelhebel ACB Fig. 18. sey also $P : Q = CB : CA$. Man beschreibe mit AC und CB zwei Kreise. Nun folgt aus §. 10. dass P den mit AC beschriebenen Kreis nicht

stärker und nicht schwächer drehe, als eine gleiche Kraft p = P, welche in D an dem horizontalen Durchmesser senkrecht und in derselben Ebne wirkte. Eben so auch kann man eine Kraft q = Q in E anbringen, anstatt der Kraft Q in B. Da nun für den Fall des Gleichgewichtes seyn muss p : q = CE : CD, so ist auch P : Q = CB : CA.

§. 23. *Lehrsatz. Auch wenn am geradlinichten Hebel zwei Kräfte nicht senkrecht auf denselben wirken, sind sie im Gleichgewicht, wenn sie sich umgekehrt verhalten wie ihre Entfernungen vom Ruhepuncte.*

Beweis. Die Entfernungen vom Ruhepuncte sind Fig. 19. CD und CE senkrecht auf die verlängerten Richtungen der Kräfte AP und BQ. Man bringe in D eine Kraft p = P und in E eine Kraft q = Q an und verlängere die Richtungen der Kräfte, bis sie sich schneiden, in F, so entsteht das Dreieck AFB. Jede Kraft sucht dieses Dreieck um C zu drehen und zwar p so stark wie P, denn es ist kein Grund vorhanden, warum eine Kraft in D stärker oder schwächer wirken sollte, als eine *gleiche* Kraft in *derselben* Richtung, nur in einem andern Puncte A dieser Richtung angebracht. Eben so ist es auch mit q und Q.

Folglich, da bei dem Winkelhebel DCE für den Fall des Gleichgewichts p : q = CE : CD so muss auch seyn P : Q = CE : CD.

Für den Hebel der zweiten Art Fig. 20. gelten dieselben Schlüsse und Buchstaben.

§. 24. *Zusatz.* Es erhellet völlig auf eben die Art, dass auch beim Winkelhebel ACB Fig. 21., wo die Kräfte schief auf die Arme des Hebels wirken, sich verhalten müsse P : Q = CE : CD.

§. 25. *Zusatz.* Also für jede Art des Hebels und für jede Richtung der Kräfte (nur vorausgesetzt, dass diese Richtungen in *einer* Ebne liegen) gilt der Satz: *Wenn die Kräfte sich umgekehrt verhalten, wie ihre Entfernungen vom Ruhepuncte, so halten sie einander das Gleichgewicht.*

§. 26. *Zusatz.* Zwei Kräfte, die sich *nicht* umgekehrt verhalten, wie ihre Entfernungen vom Ruhepuncte, können sich folglich nicht im Gleichgewicht erhalten, denn es wäre ungereimt, dass, wenn P mit Q im Gleichgewichte ist, eine Kraft, die grösser oder kleiner als P wäre, mit Q unter übrigens gleichen Umständen auch mit Q im Gleichgewichte seyn sollte. Also: *Wenn Gleichgewicht seyn soll, so müssen sich die Kräfte umgekehrt verhalten, wie ihre Entfernungen vom Ruhepuncte.*

§. 27. *Zusatz.* Wenn P : Q = CE : CD so ist P. CD = Q. CE; das heisst, wenn sich die Kräfte umgekehrt verhalten wie ihre Entfernungen vom Ruhepuncte, so sind die *Momente*

gleich. Mithin, *wenn die Momente gleich sind, so sind die Kräfte im Gleichgewicht,* und also nach §. 26. auch umgekehrt, *wenn Gleichgewicht seyn soll, so müssen die Momente gleich seyn.*

§. 28. *Zusatz.* Aus der Gleichung P. CD = Q. CE lässet sich leicht jede dieser vier Grössen finden, wenn drei derselben gegeben sind, daher wir uns bei diesen Aufgaben nicht aufzuhalten brauchen.

§. 29. *Zusatz.* Wenn der Hebel Fig. 22 sich um den Ruhepunct C drehen soll, so muss das Ende A, wo die eine Kraft angebracht ist, den Bogen A a; das Ende B, wo die andere Kraft angebracht ist, den Bogen B b durchlaufen. Aber A a : B b = CA : CB. da nun Gleichgewicht ist, wenn P : Q = CB : CA, so ist auch Gleichgewicht, wenn P : Q = B b : A a, das heisst: *wenn die Kräfte sich umgekehrt verhalten, wie die Wege, welche sie durchlaufen müssen, wenn der Hebel gedreht werden sollte.* Auch P : Q = b e : a d; das heisst: umgekehrt, wie die Höhe, um welche die eine Kraft sinken, die andere steigen muss. Auch ist P. A a = Q. B b.

Beym Hebel zweiter Art gilt eben das, nur mit dem Unterschiede, dass da beide Kräfte zugleich sinken oder steigen.

§. 30. *Aufgabe. Zwei Kräfte, nebst den Stellen, wo sie am geradlinichten Hebel senkrecht angebracht sind, sind gegeben, man suche den Punct, wo der Hebel unterstützt werden muss, damit die Kräfte im Gleichgewichte seyen.*

Auflösung. Da für den Fall des Gleichgewichts seyn muss $Q : P = CA : CB$, so ist dann auch für den Hebel der erstern Art Fig. 15. $Q + P : P = CA + CB : CB = AB : CB$, also $CB = \frac{P}{Q + P} AB$.

Für den Hebel der zweiten Art Fig. 16. ist $R : P = CA : CB$, also auch $R - P : P = CA - CB : CB = AB : CB$, also $CB = \frac{P}{R - P} AB$.

§. 31. *Zusatz.* Beim Hebel der erstern Art, an welchem zwei Gewichte senkrecht herunterziehen, heisst der Punct, wo der Hebel unterstützt werden muss, der *gemeinschaftliche Schwerpunct* beider Gewichte. Wird der Hebel ausser diesem Puncte unterstützt, so kann er nicht in Ruhe bleiben. Wäre zum Beyspiel der Schwerpunct in der 23 Figur in C und der Hebel würde in D unterstützt, so würde das Gewicht Q das Übergewicht bekommen. Das Moment von Q wäre dann = Q. DB. Das Moment von P aber = P. DA. Der Unterschied beider Momente giebt das Übergewicht von Q an, oder die Gewalt, womit Q den

Hebel um D drehen würde $=$ Q. DB — P. DA, das ist $=$ Q. (DC + CB) — P. (AC — DC) oder $=$ Q . DC + Q . CB — P . AC + P. DC. Aber Q . CB $=$ P . AC, also hebt sich beides in dem vorigen Ausdruck auf, und die Gewalt, womit der in D unterstützte Hebel gedreht wird, ist $=$ Q . DC + P . DC $=$ (Q + P) . DC, also so gross, als wenn die Summe beider Gewichte Q + P in der Entfernung DC, das heisst, in ihrem gemeinschaftlichen Schwerpunct gehängt würde.

Eben dies gilt auch, wenn der Hebel so unterstützt wird, Fig. 24, dass beide Gewichte an einerlei Seite des Unterstützungspunctes hängen. Die Gewalt, womit sie in diesem Fall den Hebel drehen, wird *hier* durch die *Summe* beider Momente bestimmt $=$ P . DA + Q . DB das ist $=$ P . (DC — AC) + Q . (DC + CB) $=$ P . DC — P . AC + Q . DC + Q . CB oder da P . AC $=$ Q . CB, folglich beides sich aufhebt, so ist die Summe dieser Momente oder die Gewalt, womit der Hebel gedreht wird $=$ P . DC + Q . DC $=$ (P + Q) . DC wie oben.

Zwei Gewichte, jedes an seiner Stelle, thun also zur Drehung des Hebels so viel, als ihre Summe in ihren gemeinschaftlichen Schwerpunct gehängt.

§. 32. *Zusatz.* Wenn drei oder mehr Gewichte am Hebel hängen, so findet man den

gemeinschaftlichen Schwerpunct aller dieser Gewichte, indem man erst den Schwerpunct zweier unter ihnen sucht, und daselbst die Summe dieser beiden ersten vereinigt gedenkt, von dieser Summe und dem dritten Gewicht wiederum den Schwerpunct sucht, wo man sich also die drei ersten Gewichte vereinigt vorstellen kann, und so weiter, bis man alle Gewichte in eins gebracht hat.

§. 33. *Zusatz.* Eben so lässt sich auch der gemeinschaftliche Schwerpunct von Gewichten finden, die nicht in gerader Linie liegen. In der 25 Figur seyen die Winkelpuncte des Dreiecks mit Gewichten beschwert. Der Schwerpunct von den Gewichten in A und B sey D, zwischen D und C eine gerade Linie gezogen, findet sich der Schwerpunct E aller drei Gewichte.

Wenn alle drei Gewichte *gleich* sind, so ziehe man aus zwei Winkelpuncten B und C auf die *Mitte* der gegenüberstehenden Seiten gerade Linien, wo sich diese durchschneiden, da ist der Schwerpunct. Denn man ziehe DF, so ist diese parallel mit BC und die Dreiecke DEF und BEC sind ähnlich also DE : EC = DF : BC = AF : FC = 1 : 2 und so müssen sich gerade die Entfernungen von E verhalten, wenn zwischen 2 P in D und P in C Gleichgewicht seyn soll.

§. 34. *Zusatz.* Auch von Gewichten, die nicht in einer Ebne angebracht sind, lässt sich durch obige Betrachtungen der gemeinschaftliche Schwerpunct bestimmen. Wären z. B. die Ecken der dreiseitigen Pyramide Fig. 26 mit vier gleichen Gewichten jedes = P beschwert, so hätte man zuerst E als den Schwerpunct der drei Gewichte der Grundfläche, zwischen diesen und H würde sodann G als der Schwerpunct aller vier Gewichte gefunden, wenn man $EG = \frac{1}{4} EH$ nimmt, oder wenn sich verhält $EG : EH = 1 : 3$. welches die gehörigen Entfernungen für 3 P in E und P in H sind.

§. 35. *Zusatz.* Physische Körper bestehen aus lauter schweren Theilen; man kann in jedem Puncte ein kleines Gewicht annehmen. Es muss also in jedem Körper auch einen *Schwerpunct* geben, in welchem man sich das Gewicht des Körpers vereinigt vorstellen kann. Wenn dieser unterstützt ist, so ist der Körper vor dem Falle sicher. Der Schwerpunct aber ist unterstützt, wenn eine lothrechte Linie von demselben auf die Horizontalebene noch innerhalb der Fläche fällt, mit welcher er den Boden berührt. Wird ein Körper frei aufgehängt, so wird der Schwerpunct so lange sinken, bis er sich senkrecht unter dem Aufhängepunct befindet.

§. 36. *Zusatz.* In obigen Lehren wurde ein Hebel ohne Schwere angenommen: die Sätze vom Schwerpunct geben nun ein Mittel an die

Hand, auch beim schweren Hebel Kraft, Last und Entfernung vom Ruhepuncte zu bestimmen, indem man das Gewicht des Hebels selbst in seinem Schwerpunct vereinigt denkt. Es sey AB Fig. 27 ein schwerer Hebel, dessen Schwerpunkt in D die Unterlage aber in C ist, das Gewicht des Hebels $=$ R. Es erfolgt nun alles eben so, wie beim mathematischen Hebel, wo in D ein Gewicht $=$ R in A und B aber die beiden Kräfte P und Q herabhiengen. P und R in den Puncten A und D thun eben das, was ein Gewicht P + R in E thun würde, wenn E der gemeinschaftliche Schwerpunct von P und R ist, so dass CE . (P + R) $=$ CA . P + CD . R.

Hieraus fliessen denn leicht die Auflösungen der Aufgaben, die beim schweren Hebel vorkommen können.

§. 37. *Zusatz.* Das Gewicht des materiellen Hebels, z. B. eines Balkens, einer eisernen Stange kann gefunden werden, wenn man durch Auflegen auf die Unterlage seinen Schwerpunct bestimmt, alsdann den Hebel verschiebt, so dass er nicht mehr im Schwerpunct D sondern in C unterstützt sey; und in A ein Gewicht P, anbringt, welches den Hebel im Gleichgewicht erhält. Da nun CD und CA bekannt sind, so wird leicht R, das Gewicht des Hebels, daraus gefunden, Fig. 28.

§. 38. *Aufgabe. Zwei Kräfte, nebst den Richtungen, nach welchen sie wirken,*

sind gegeben; man sucht die Richtung des Drucks auf die Unterlage im Zustande des Gleichgewichts.

Auflösung. Wenn die Richtungen der Kräfte parallel sind, so ist auch die Richtung des Drucks auf die Unterlage mit den Richtungen der Kräfte parallel, wie im §. 14. Dies erhellet von selbst. Hier ist also noch der Fall zu untersuchen, wenn die Richtungen der Kräfte einen Winkel F einschliessen, Fig. 29. Wenn beide Kräfte in dem Puncte F angebracht wären, die eine nach FA, die andere nach FB; so würden sie die Ebene FAB eben so stark zu drehen streben, als wenn sie in A und B angebracht sind. Man stelle sich FC als eine feste Stange vor. Wegen vorausgesetzten Gleichgewichtes wird diese nicht um C gedreht, folglich muss der Druck, den beide Kräfte auf C ausüben, *in* der Richtung der Stange FC geschehen. Drückten sie F nach einer andern Richtung, so würde die Stange gedrehet werden müssen. Somit wäre die Richtung des Drucks auf die Unterlage bestimmt. Nämlich man verlängere die Richtungen beider Kräfte, bis sie zusammen stossen (in F.) und ziehe von da eine gerade Linie auf den Unterstützungspunct C; diese ist die Richtung des Druks auf die Unterlage.

§. 39. *Zusatz.* Die Entfernungen vom Ruhepuncte sind Fig. 29. CD und CE. Wenn

man nun von C aus mit den Richtungen der Kräfte parallel zieht, nemlich CG parallel mit BF, und CH parallel mit AF, so verhalten sich CG und CH wie die Entfernungen vom Ruhepuncte. Denn die Dreiecke CDG und CEH sind ähnlich, weil beide bei D und E rechte Winkel haben, und überdem die Winkel G und H einander gleich sind, jeder = F. Folglich da P : Q = CE : CD, so ist auch P : Q = CH : CG, oder auch P : Q = FG : FH weil FGCH ein Parallelogramm ist. Man sieht hieraus, dass die Richtung des Drucks auf die Unterlage mit der Richtung der Diagonale dieses Parallelogramms einerlei sey.

Die Richtung des Drucks auf die Unterlage wird, weil sie zwischen den Richtungen der beiden Kräfte fällt, die *mittlere Richtung* genannt.

Die mittlere Richtung wird also gefunden, wenn man auf der Richtung der Kräfte zwei Linien FG und FH nimmt, welche sich wie die Kräfte P und Q gegen einander verhalten; hieraus das Parallelogramm FGCH machet und dessen *Diagonale* zieht. Das mehrerwähnte Parallelogramm heisst das *Parallelogramm der Kräfte*, und diese Kräfte selbst heissen, in so fern sie einen Druck nach einer mittlern Richtung bewirken die *äusseren* Kräfte oder die *Seitenkräfte.*

§. 40. *Aufgabe. Die Grösse des Drucks auf die Unterlage im Zustande des Gleichgewichts zu finden, wenn die Kräfte nebst den Puncten, wo sie angebracht sind, und ihre Richtung gegeben sind.*

Auflösung. Man setze statt der Kraft P einen festen Widerstand über A Fig. 30, so wird noch alles im Gleichgewichte seyn und der Druck auf die Unterlage muss auch noch derselbe seyn wie vorhin, als noch P an A wirkte, denn was die Kraft P that, nemlich verhindern, dass A nicht steige, eben dies und nichts weiter thut der feste Widerstand über A. Der Druck auf die Unterlage in C sey = R.

Man nehme nunmehr die Unterlage in C hinweg und bringe statt deren eine Kraft R nach der Richtung CF an, die also dem Druck nach der mittlern Richtung FC *entgegengesetzt* uud *gleich* ist, so wird jetzt am Hebel der zweiten Art Alles im Gleichgewicht seyn. Der Ruhepunct dieses Hebels ist jetzt in A.

Man ziehe die Entfernungen vom Ruhepuncte AD und AE, so ist $Q : R = AD : AE$

also $R = \frac{AE}{AD} . Q.$

§. 41. *Zusatz.* Die Dreiecke EFI und DAI sind bei F und rechtwinklicht, überdem sind die Scheitelwinkel bei I einander gleich;

also auch der Winkel EFI = DAI und die Dreiecke ähnlich; folglich

$$FI : IE = AI : ID$$

oder auch $FI : AI = IE : ID$.

Man ziehe die Linie DE, so sind in den Dreiecken AIF und DIE die Scheitelwinkel bei I gleich, und die Seiten, welche sie einschliessen, proportional (nach der zuletzt hingeschriebenen Proportion) mithin sind auch diese Dreiecke AIF und DIE ähnlich.

Man ziehe nun aus einem beliebigen Puncte K der mittlern Richtung FC die Linien KG; KH mit den Richtungen der Kräfte parallel, so ist das Dreieck FGK oder FHK dem Dreieck ADE ähnlich, denn $\angle$ HFK = $\angle$ DAE (wegen Ähnlichkeit der Dreiecke EFI und DAI) und $\angle$ HKF = $\angle$ KFG = $\angle$ AED (wegen Ähnlichkeit der Dreiecke AIF und und DIE). Folglich ist

$$FK : FH = AE : AD = R : Q.$$

Völlig eben so würde erhellen, (wenn man in B statt der Kraft Q einen Widerstand anbrächte, und die Figur darnach umänderte) dass

$$FK : FG = R : P.$$

Hieraus ergiebt sich folglich, dass die Diagonale des Parallelogramms zu den beiden Seiten desselben das Verhältniss habe, welches der

Druck nach der mittlern Richtung zu den Kräften hat; und dass also diese Diagonale nicht bloss die Richtung, sondern auch die *Grösse* des mittleren Drucks im Verhältniss zu den Seitenkräften angiebt. *)

§. 41. *Anmerkung.* Kräfte können sowohl in Ansehung ihrer *Richtung* als ihrer *Grösse* in Verhältniss zu einander bequem durch Linien angedrückt werden. Es ist daher verstattet zu sagen, die Kraft FG, die Kraft FH, anstatt die Kraft P, die Kraft Q, welche sich gegen einander wie die Linien FG und FH verhalten.

§. 42. *Zusatz.* Wir haben bisher, um diese Untersuchung einzuleiten, den Hebel gebraucht. So stark aber die Unterlage des Hebels nach der Richtung FC gedrückt wird: eben so stark muss ohne Zweifel auch der Punct F nach dieser Richtung gedrückt werden, wenn auch kein Hebel da wäre, wenn die Kräfte P und Q (deren Grösse und Richtung unverändert bleibt) *unmittelbar* auf diesen Punct wirkten. Also überhaupt, wenn zwei Kräfte FG und FH Fig. 31. an einem Puncte F unter einem gewissen Winkel GFH wirken, so wird dieser

*) Ich habe diesen Satz hier auf eine andere Art hergeleitet, als gewöhnlich geschieht, jedoch, wie ich hoffe, nicht minder überzeugend.

Punct von diesen beiden Kräften völlig eben so getrieben, als wenn eine einzige Kraft FK in ihm wirkte.

Also auch umgekehrt: eine Kraft FK treibt den Punct F völlig eben so wie zwei Kräfte FG und FH thun würden.

Man sagt deshalb:

Aus den beiden äussern Kräften ist die mittlere Kraft zusammen gesetzt.

Und: *man kann eine Kraft als eine aus zwei äussern zusammen gesetzte mittlere Kraft ansehen, und sie in zwei äussere Kräfte zerlegen.*

Die Bedeutung und Richtigkeit dieser Ausdrücke wird nun aus Obigem hinlänglich erhellen.

Die Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte wird in allen statischen und mechanischen Wissenschaften oft und nothwendig angewendet.

§. 43. *Zusatz.* So wie aus zwei Seiten, wenn der Winkel, unter den sie an einander gesetzt werden sollen, nicht bestimmt ist, unzählig viele Parallelogramme gemacht werden können, und eine Linie als Diagonale von unzähligen Parallelogrammen angesehen werden

kann, so kann auch eine mittlere Kraft auf unzählig viel Arten aus zwei äussern *zusammengesetzt* oder in zwei äussere *zerlegt* werden, wenn der Winkel, den die beiden äussern mit einander machen, nicht bestimmt ist. So auch, wenn zwar der Winkel, aber nicht das Verhältniss der äussern Kräfte bestimmt ist. Ist aber Verhältniss der äussern Kräfte und ihr Winkel bestimmt, so geht dies nur auf eine einzige Art an.

§. 44. *Zusatz.* Im Dreick FHK ist

$$HK : FH = \sin. \alpha : \sin. \delta.$$

oder da $HK = FG$ und $\delta = \beta$ und durch FG und FH die Kräfte P und Q bezeichnet werden.

$$P : Q = \sin. \alpha : \sin. \beta.$$

das heisst: *die äussern Kräfte verhalten sich umgekehrt wie die Sinus der Winkel, welche sie mit der mittlern Kraft machen.*

§. 45. *Zusatz.* Ferner ist

$$FK : FH = \sin. H : \sin. \delta.$$

aber H und der Winkel $\alpha + \beta$, den beide äussere Kräfte mit einander machen, und der $= \gamma$ heissen mag, sind zusammen 180°, also sin. $H = \sin. \gamma$. Ferner sin. $\delta = \sin. \beta$ und FK : $FH = R : Q$. Also:

$$R : Q = \sin. \gamma : \sin. \beta.$$

und eben so auch:

$$R : P = \sin. \gamma : \sin. \alpha.$$

das heisst: *Die mittlere Kraft verhält sich zu jeder äussern, wie der Sinus des Winkels der beiden äussern Kräfte zum Sinus des Winkels, den die mittlere Kraft mit der andern äussern Kraft macht.*

§. 46. *Zusatz.* Wenn zwei Kräfte Fig. 32. P und Q unter dem Winkel γ an einem Puncte wirken, so muss, wie aus Obigem folgt, eine dritte Kraft S, welche jenen beiden das Gleichgewicht halten soll, nach FL in der verlängerten Diagonale wirken, und der aus P und Q zusammengesetzten mittlern Kraft R gleich und entgegengesetzt seyn.

Die Winkel, welchen die drei Kräfte einschliessen, seyen γ; ε; η.

Nun ist nach §. 44. $S : Q = \sin. \gamma : \sin. \beta$ und die Winkel η und β sind Nebenwinkel. Folglich:

$$S : Q = \sin. \gamma : \sin. \eta.$$

eben so $S : P = \sin \gamma : \sin. \varepsilon.$

Wenn wir den Winkel, welchen zwey dieser Kräfte miteinander machen, den der dritten Kraft *gegenüberliegenden* Winkel nennen zum Beyspiel γ den die Kraft S gegenüberlie-

genden, so können wir obige Proportionen folgendergestalt ausdrücken.

Wenn drey Kräfte, die in einer Ebne, unter gewissen Winkeln an einem Puncte wirken im Gleichgewichte sind, so *verhalten sie sich, wie die Sinus, der gegenüberliegenden Winkel.*

§. 47. *Zusatz.* Wenn drey Kräfte, die nicht im Gleichgewichte sind, auf einen Punct wirken, so entsteht daraus eine mittlere Kraft, die leicht so gefunden wird. Die Kräfte seyen Fig. 33, FG; FH; FL; Man setze zuerst aus den beyden ersten die mittlere FK: sodann aus dieser und der dritten die mittlere Kraft FM zusammen. Der Punct F wird von allen drey Kräften so getrieben, wie wenn eine einzige Kraft ihn triebe.

Es erhellet von selbst, wie dies ferner fortzusetzen sey, wenn vier und mehr Kräfte auf einen Punct wirken.

Auch ist klar, dass man umgekehrt eine Kraft in drei und mehrere andere zerlegen könne.

Von der schiefen Ebene.

§. 49. *Lehrsatz. Auf einer gegen den Horizont geneigten Ebene kann ein schwerer Körper nicht ruhig liegen bleiben, sondern er sinkt auf derselben nach einer geraden Linie herab, die auf den Durchschnitt der geneigten Ebene mit der horizontalen Ebene senkrecht ist.*

Beweis. I. In Fig. 34. ist ACD die horizontale, BCDE die geneigte Ebene. In K liege eine Last, welche vermöge ihrer Schwere lothrecht herunterdrückt. Diesen Druck oder das absolute Gewicht des Körpers drücke man durch eine lothrechte Linie FK aus, und zerlege diese in zwei Seitenkräfte FH auf die geneigte Ebne senkrecht; und FG (mit FK und FH in einerlei Ebne) mit der geneigten Ebne parallel.

Die Kraft FH wird gänzlich vom Widerstande der geneigten Ebene aufgehoben.

Die Kraft FG aber wird durch nichts gehindert, mithin muss die Last nach der Richtung FG oder HL auf der Ebene herab sinken.

II. Da FK senkrecht auf den Horizont, FH senkrecht auf die geneigte Ebne ist, so ist die Ebne HFK zugleich auf den Horizont und auf die geneigte Ebne, folglich auch auf ihren

Durchschnitt DC senkrecht, also auch HL senkrecht auf DC.

§. 50. *Anmerkung.* Dass man in der Natur oft Körper auf einer schiefen Fläche ruhig liegen sieht, rührt daher, weil die Flächen, welche sich berühren, nicht vollkommene *Ebenen* sind, sondern kleine, wenn auch unmerkliche Erhöhungen und Vertiefungen haben, die in einander greifen und folglich der Kraft, womit der Körper sinken sollte, einen Widerstand entgegensetzen. Dieser Widerstand, welcher die Bewegung zweier Flächen an einander ganz oder zum Theil hindert, heisst die *Friction.*

§. 51. *Erklärung.* Die Kraft FG; mit welcher die Last von der Ebne herabzusinken strebt, heist ihr *relatives* Gewicht. Der Winkel MLN; dessen Ebne auf die geneigte und horizentale Ebne senkrecht ist, heist der Neigungswinkel der Ebne, ML; die *Länge* der Ebne MN; ihre Höhe. Da oben §. 49. gezeigt ist, dass der Weg des Körpers in der Linie ML ist, so kömmt es bei Bestimmung der Verhältnisse der Kräfte für das Gleichgewicht bloss auf die lothrechte Ebne LMN (welche von Einigen die *Neigungsebne* genannt wird) und die darin befindlichen Linien an, daher diese in der folgenden Figur allein gezeichnet sind.

§. 52. *Lehrsatz.* *Das absolute Gewicht eines Körpers verhält sich zu seinem relativen*

Gewicht auf der schiefen Ebene, wie die Länge der Ebene zu ihrer Höhe, oder wie der Sinus totus zum Sinus des Winkels, den die schiefe Ebne mit dem Horizonte macht.

Beweis Fig. 35. Die Dreiecke FGK und MNL sind bei G und N rechtwinklicht, überdem ist GFK = FKH = LMN als Wechselswinkel bey parallelen Linien, mithin die erst genannten Dreyecke ähnlich folglich

FK : FG = LM : MN = sin. tot : sin. L.

§. 53. *Zusatz.* Eine Kraft, die in der Richtung FO: also parallel mit der Ebne die Last erhalten soll, muss dem relativen Gewichte der Last gleich seyn, wenn also das absoluteGewicht der Last = P die Kraft = R so ist

sin. tot : sin. L = P : R

$$\text{also } R = \frac{P \,.\, \text{sin. L}}{\text{sin. tot.}}$$ (oder für den sin. tot. = 1) R. = P . sin. L.

§. 54. *Zusatz.* Der Druck auf die Ebne ist FK = P cos. L.

§. 55. *Zusatz.* Wenn eine Kraft parallel mit dem Horizonte Fig. 36 ziehend, die Last auf der schiefen Ebne erhalten soll, so

zerlege man das absolute Gewicht FK in zwey Seiten Kräfte: die eine FH senkrecht auf die Ebne, diese wird vom Widerstande der Ebne aufgehoben, die andere FG der Richtung der erhaltenden Kraft entgegengesetzt, oder parallel mit dem Horizonte, diese muss von der Kraft erhalten werden.

Nun sind die Dreyecke FGK und FKI ähnlich, weil bei F und I rechte Winkel und FKG = KFI als Wechselswinkel bei Parallellinien. Aber wiederum sind auch die Dreiecke FKI und LMN ähnlich, weil bei I und N rechte Winkel, und FKI = LMN.

Folglich ist:

$$FK : FG = NL : NM = \text{sin. tot.} : \text{tang. L.}$$

oder wenn die horizontale erhaltende Kraft = Q das absolute Gewicht = P, so ist:

$$\text{sin. tot.} : \text{tang. L} = P : Q$$

$$\text{also } Q = P \text{ tang. L für sin. tot.} = 1.$$

§. 56. *Zusatz.* Im Allgemeinen für jede beliebige Richtung der erhaltenden Kraft erhält man aus den oben §. 44 und §. 45 erwiesenen Sätzen folgende Verhältnisse. Fig. 37. Der Winkel KFO, welchen die Richtung der Schwere mit der Richtung der erhaltenden Kraft macht, heisse γ, und der Druck FI auf die Ebne heisse S, also ist

FI : FG = sin. GFK : sin. HFK (§. 44.)
oder S : Q = sin. γ : sin. L.

ferner FI : FK = sin. GFK : sin. GFH (§. 45.)
oder S : P = sin. γ : sin. (γ — L.)

endlich FK : FG = sin. GFH : sin. KFH (§. 45.)
oder P : Q = sin. (γ — L) : sin. L.

§. 57. *Zusatz.* Im §. 53. fand sich $R = \frac{\text{sin. L}}{\text{sin. tot.}}.P$ und im §. 56 $Q = \frac{\text{sin. L.}}{\text{sin.}(\gamma - \text{L})}$. P also R immer kleiner als Q, weil nämlich sin. tot. grösser als jeder andere Sinus ist.

Das heisst also: Die Kraft R, welche *parallel* mit der Ebne zieht, ist *die kleinste*, welche die Last P auf der Ebene erhalten kann.

§. 58. *Zusatz.* Wenn die Last erst in L lag, und *parallel mit der Ebne* nach M hingezogen wird, so wird sie um die *Höhe* der Ebne NM gehoben, indem sich die Kraft durch die *Länge* der Ebne LM fortbewegen muss. Also verhalt sich im Zustande des Gleichgewichts Last zur Kraft, wie der Raum durch den bei wirklicher Bewegung sich die Kraft bewegen müsste, zu dem Raum, durch welchen die Last gehoben würde (so wie §. 29.).

Wenn aber die Kraft nicht parallel mit der Ebne zieht, so findet diese Vergleichung nicht statt.

§. 59. *Anmerkung.* Anwendungen der Theorie des Hebels und der schiefen Ebne auf einfache und zusammengesetzte Maschinen machen einen Theil der praktischen Mathematik aus, welcher die *Maschinenlehre* heisst.

HYDROSTATIK.

Gleichgewicht flüssiger, unelastischer Massen unter einander.

§. 1. *Erklärung.* *Flüssige* Massen sind solche, deren Theilchen mit keiner merklichen Kraft zusammen hängen. *Unelastische* flüssige Massen sind solche, die sich nicht zusammendrücken lassen. Die *Hydrostatik* ist die Lehre vom Gleichgewicht der Kräfte bei unelastischen flüssigen Massen.

Das Wasser hat hat zwar einen nicht unmerklichen Zusammenhang seiner Theilchen, lässt sich auch etwas zusammendrücken. Weil jedoch beides nur im geringen Grade statt findet, und man bei den folgenden Untersuchungen nicht darauf Rücksicht nimmt, so pflegt man hier durch *Wasser* jede unelastische flüssige Masse zu bezeichnen.

§. 2. *Zusatz.* Weil die Theilchen des Wassers nicht zusammenhängen, so weichen sie jedem Drucke nach allen Seiten hin aus, wovon man sich auch durch die Erfahrung leicht überzeugen kann.

§. 3. *Lehrsatz. Wenn eine flüssige Masse irgendwo von einer Kraft gedrückt wird, so pflanzt sich der Druck durch die ganze Masse nach allen Seiten hin gleichförmig fort; so dass gleiche Flächen gleichen Druck leiden.*

Beweis. In der prismatischen Röhre Fig. 1. sey Wasser, welches wir hier als ohne Schwere betrachten; auf AC wirke senkrecht eine Kraft P vermittelst eines genau anschliessenden Stempels. Auf BD eine Kraft Q = P, so muss Gleichgewicht seyn, denn es ist auf einer Seite alles, wie auf der andern. Es wirken gleiche entgegengesetzte Kräfte auf gleichen Flächen.

Man verschliesse BD mit einem festen Boden und mache seitwärts eine Öffnung DE = AC Fig. 2. lasse die Kraft Q = P vermittelst eines Stempels gegen diese Öffnung wirken; so kann auch jetzt das Wasser nirgends hin weichen: es ist also Gleichgewicht.

Ferner sey das prismatische Gefäss Fig. 3. durch Scheidewände in verschiedne prismatische Röhren getheilt, an deren Enden gleiche Kräfte einander entgegen wirken, so ist Gleichgewicht. Dies wird auch noch bleiben, wenn die Scheidewände weggenommen werden, denn diese verhinderten nur das Wasser in jeder Röhre, auszuweichen; und eben dies thut nun das angränzende Wasser. Man verdecke oben und

unten die Öffnungen bis auf zwei mit festen Boden, so dass etwa oben AE und unten HD noch der Wirkung der Kräfte ausgesetzt sind, so ist noch Gleichgewicht; denn die Boden thun weiter nichts, als was vorhin die Kräfte thaten, sie verhindern nämlich das Wasser, aus den Öffnungen zu strömen.

Lässt man oben nur die Öffnung AB, verschliesset unten alle, und macht zur Seite die Öffnung ED = AB Fig. 4. so ist auch jetzt Gleichgewicht, wenn gleiche Kräfte P und Q auf AB und DE wirken; so auch, wenn ED verschlossen, hingegen DC geöfnet wird: denn das unter DF befindliche Wasser thut eben das, was ein fester Boden DF thun würde, es verhindert das Wasser im öbern Raume auszuweichen.

Diese Schlüsse, die sich mündlich noch mehr ausführen lassen, zeigen, dass allenthalben gleiche entgegengesetzte Kräfte auf gleichen Flächen im Gleichgewichte sind, folglich, dass gleiche Flächen gleichen Druck leiden.

§. 4. *Zusatz.* Überhaupt *verhält sich der Druck nach allen Seiten hin, wie die Flächen.* Man lasse in Fig. 3. oben *eine* Öffnung und unten *zwei* offen, und verschliesse alle übrigen, so ist die einfache Kraft auf der einfachen Fläche im Gleichgewicht mit der zweifachen Kraft auf der zweifachen Fläche. Es ist

klar, dass sich dieses auf jedes andere Verhältniss, so wohl bei dem Druck nach unten als zur Seite ausdehnen lasse. Wäre also ein Kasten Fig. 5 mit Wasser gefüllt, dessen Schwere wir hier noch nicht in Betrachtung ziehen, der Boden CD wäre einen Quadratfuss oder hundert Quadratzoll gross, auf einer Öffnung AB, die nur einen Quadratzoll beträgt, drückte ein Gewicht von *einem* Pfunde, so würde dies einen Druck von *hundert* Pfunden auf den ganzen Boden verursachen. Auf jeden Quadratzoll des Bodens wie EF drückte nemlich eine Kraft von einem Pfunde.

§. 5. *Erfahrung. Wenn schweres Wasser ruhig steht, so ist seine Oberfläche AB Fig.* 6. *horizontal.* So wie man sich hiervon leicht durch Erfahrung überzeugen kann, so erhellet es auch a priori. Sollten die Wassertheilchen irgendwo einen Hügel bilden, so würden sie wegen ihres geringen Zusammenhanges übereinander herunterrollen, bis alle gleich tief lägen.

§. 6. *Zusatz.* Man denke sich eine beliebige Gränze EFGH, von welcher Gestalt man will, innerhalb des Gefässes mit Wasser. Das Wasser, was zwischen der Wand des Gefässes und dieser Grenze enthalten ist, wird durch das übrige Wasser im Raum EFGH verhindert auszuweichen. Eben dies würde geschehen, wenn EFGH eine feste Wand wäre, die mit

der Wand des Gefässes eine Röhre bildete. *Mithin müssen die Oberflächen des Wassers in beiden Schenkeln einer solchen Röhre AE und HB (Fig.* 6. *und* 7.*) in einer Horizontalfläche liegen.* Die Röhren können übrigens jede willkührliche Gestalt und Weite haben (Fig. 8. und 9.) Man kann das Wasser darin immer als einen Theil des Wassers in einem Gefässe ansehen, welches durch eine Scheidewand vom übrigen abgesondert ist.

Aus den obigen Sätzen von Fortpflanzung des Drucks, lässt sich dieses ebenfalls erweisen, und überdies lehrt es die Erfahrung.

§. 7. *Zusatz.* Wenn der weitere Schenkel einer Röhre Fig. 10. bei AB mit einem Deckel verschlossen, der engere aber bis E mit Wasser gefüllt wird, so erleidet AB von unten her einen Druck gleich dem Gewicht einer Wassersäule ABCD, die AB zur Grundfläche und FE zur Höhe hätte: denn wenn diese Wassersäule wirklich über AB stünde, so wäre das Wasser in beiden Schenkeln im Gleichgewicht. — Wenige Lothe Wasser können einen Druck von vielen Pfunden verursachen. — Anwendungen davon beim anatomischen Heber, beim follis hydrostaticus, beim Grundbau unter Wasser kommen in der Naturlehre und Baukunst vor.

§. 8. *Zusatz.* In Fig. 11 würde sowohl das Wasser im Raum EFCD als das im Raum ABCD als auch das im Raum GHCD jedes für sich mit dem Wásser in dem Schenkel KL im Gleichgewichte seyn. Der Druck welchen das Wasser KL von unten her auf CD ausübt, bleibt nun in allen den genannten drey Fällen derselbe, denn er kann durch nichts geändert werden, so lange die Höhe KL und die Fläche CD ungeändert bleiben. Da nun aber in allen drey Fällen Gleichgewicht ist, so muss der Druck von oben her auch ungeändert bleiben, also immer so gross als das Gewicht des senkrechten Wasserprismas ABCD, welches offenbar ganz auf CD drückt.

Also auch in den Gefässen Fig. 12; 13; 14. und überhaupt *in jedem Gefässe, ist der Druck des Wassers auf den horizontalen Boden, gleich dem Gewichte einer senkrechten Wassersäule; deren Grundfläche dem Boden, und deren Höhe, der Höhe des Wassers im Gefässe gleich ist.*

§. 9. *Anmerkung.* Anfängern pflegt es befremdend zu scheinen, dass der Boden einen grössern Druck leiden könne, als das Gewicht des Wassers im Gefässe; wie dies in Gefässen wie Fig. 14 die oben enger sind als unten, wirklich der Fall ist. Hat man ein solches Gefäss mit einem beweglichen, doch wasserdicht anschliessenden Boden, der vermittelst

eines über eine Rolle geleiteten Gewichts erhalten wird, so kann man sich durch den Augenschein davon überzeugen.

§. 10. *Zusatz.* In Fig. 15 und 16. sey an einer kleinen Stelle der Seitenfläche des Gefässes EH eine Öfnung und rechtwinklicht an dieser Stelle sey, eine Röhre durchaus von der Weite EH hinausgeführt, die von G an, (welches mit E in gleicher Höhe liegt), senkrecht hinaufgeht. Eine wagrechte Fläche bey G wird von der Wassersäule FG heruntergedrückt. Da aber Gleichgewicht ist, so muss von unten ein eben so grosser Druck entgegen wirken. Des Wasser in dem Raum EHG kann keinen Druck aufwärts verursachen, sondern nur den vom Wasser im Gefässe erhaltenen Druck fortpflanzen. Nun sind die Flächen EH und GI gleich; mithin ist auch der fortgepflanzte Druck auf GI aufwärts, gleich dem ursprünglichen Druck auf EH, (§. 3.) also auch dieser dem Gewicht der Wassersäule FG gleich. *Der Druck auf jede Stelle der Seitenwand eines Gefässes ist gleich dem Gewicht einer Wassersäule deren Grundfläche, der Fläche dieser Stelle, und deren Höhe, der Höhe des Wassers über dieser Stelle gleich ist.*

§. 11. *Zusatz.* Es ist klar, dass tieferliegende Stelleu mehr Druck erleiden, als höherliegende. Eigentlich gilt also obiger Satz §. 10. nur von jedem *Elemente* der Seitenfläche;

nicht aber von einer beträchtlich grossen Stelle. Ueber dem Elemente E ist die Höhe des Wassers = FG aber über dem Elemente H ist sie schon grösser, folglich der Druck auf E und H nicht gleich, sobald E und H um etwas merkliches von einander entfernt sind.

§. 12. *Zusatz.* Man kann jeden Druck auf eine Fläche mit dem Druck einer Wassersäule vergleichen, welche auf dieser Fläche als ihrer Grundfläche einen gleichen Druck ausübte. Die Höhe einer solchen Wassersäule, heist dann die *Höhe des Drucks.*

§. 13. *Aufgabe. Die Grösse des Drucks und die Fläche des Drucks sind gegeben, man suche die Höhe des Drucks.*

Auflösung. Zuvörderst muss man wissen, wie viel eine bestimmte Wassermenge etwa 1 Cubikfuss wiegt. Das Gewicht eines rheinländischen Cubikfusses reinen Regenwassers beträgt etwa 66 Pfund.

Gesetzt nun auf einer Fläche von 3 Quadratfuss geschähe ein Druck von 792 Pfund, so suche man wie viel Cubikfusse Wasser zu einem solchen Drucke gehörten.

66 Pf : 792 Pf. = 1 Cub. Fuss : 12 Cub. F. so ist der körperliche Inhalt des Wasserprismas gefunden. Dieser mit der Grundfläche dividirt, giebt die Höhe des Drucks = 4 Fuss.

§. 14. *Lehrsatz. Wenn zwey Flüssigkeiten, wovon die eine dichter ist, als die andere (wie Quecksilber und Wasser), in den beyden Schenkeln einer gebogenen Röhre stehen Fig. 17. so verhalten sich ihre Höhen über der wagrechten Fläche, wo sie aneinander gränzen umgekehrt wie ihre Dichtigkeiten.*

Beweis. Die dichtere Flüssigkeit zum Beyspiel, Quecksilber werde zuerst in die Röhre gegossen, so nimmt diese den untersten Raum der Röhre ein und zwar so, dass beyde Oberflächen bey C und B anfangs in einer wagrechten Ebne liegen. Giesst man nun in den Schenkel über C die dünnere Flüssigkeit, zum Beyspiel Wasser, so wird die Wassersäule CD die Oberfläche C des Quecksilbers hinunterdrücken, und die Oberfläche B muss daher in dem andern Schenkel steigen, bis auf beyden Seiten Gleichgewicht ist.

Das Quecksilber im Raum CEA ist für sich im Gleichgewicht. Stände über A eine Wassersäule AF, so würde diese mit der Wassersäule CD im Gleichgewichte seyn. Da aber das Quecksilber 14 mal schwerer ist als Wasser, so drückt die Quecksilbersäule AB eben so stark, als die 14 mal so hohe Wassersäule AF mithin AB : CD = 1 : 14.

So auch für jedes andere Verhältniss der Dichtigkeiten.

§. 15. *Zusatz.* Man könnte durch dieses Mittel die Dichtigkeiten verschiedner Flüssigkeiten miteinander vergleichen, aber nicht mit grosser Genauigkeit, wegen der Schwierigkeit genau zu messen.

§. 16. *Anmerkung.* Dass Wasser über dem Quecksilber stehen bleibt, und überhaupt die leichtere Flüssigkeit über der schwereren, wenn beyde in ein Gefäss gegossen werden, ist eine bekannte Erfahrung. Der Theorie nach müsste eben so auch eine Quecksilbersäule über der Wassersäule stehen bleiben, wenn jene so auf diese gesetzt würde, dass sich alle Puncte der beyden aneinander liegenden wagrechten Oberflächen zugleich berührten, denn es würde keine der unteren Wassersäulen stärker gedrückt, als die andere. Da es aber nicht in der Ausübung zu bewerkstelligen ist, dass die beyden aneinander gränzenden Flächen sich zugleich in allen Puncten berühren, so sinkt immer die schwerere Flüssigkeit unter die leichtere hinunter, und treibt diese über sich in die Höhe. Mehrere Flüssigkeiten setzen sich daher, nach Maasgabe ihrer Dichtigkeit übereinander. Man nennt ein Glas mit solchen Flüssigkeiten in der Physik mundus elementaris.

§. 17. *Anmerkung.* Noch ist zu bemerken, dass in der Natur die Oberfläche einer Flüssigkeit die in einem Gefässe ruhig steht, nicht durchaus eine horizontale Ebne ist. Die

Oberfläche des Wassers zieht sich an den Wänden einer gläsernen Röhre etwas in die Höhe, mit Quecksilber verhält es sich umgekehrt. In feinen gläsernen Röhren die man Haarröhrchen nennt, steigt das Wasser sogar bis zu einer beträchtlichen Höhe hinauf. Die Erklärung hievon gehört in die Naturlehre. Dem Satze §. 6. dass eine Flüssigkeit in beyden Schenkeln einer Röhre gleich hoch stehe, kann man also die Einschränkung hinzufügen: wenn der eine Schenkel nicht eine Haarröhre ist; das heist: nicht einen Durchmesser von weniger als etwa $\frac{1}{6}$ Zoll hat.

Gleichgewicht mit eingetauchten festen Körpern.

§. 18. *Lehrsatz. Wenn ein Körper in eine flüssige Masse ganz eingetaucht ist, so erleidet er von der Flüssigkeit einen der Richtung der Schwere entgegengesetzten Druck, der so gross ist, als das Gewicht derjenigen flüssigen Masse, die den Raum des eingetauchten Körpers ausfüllen würde.*

Beweis. Wäre der Raum den der eingetauchte Körper einnimmt mit der flüssigen Masse ausgefüllt, so würde diese durch ihr Gewicht sinken, wenn sie nicht von der umgebenden Flüssigkeit erhalten würde, letztere muss folglich einen Druck aufwärts ausüben, der dem Gewichte der erstern gleich ist. Dieser Druck

aber kann dadurch nicht geändert werden, dass statt jener flüssigen Masse, ein fester Körper von eben dem Volumen da ist.

§. 19. *Zusatz.* Wenn also ein Körper *schwererer* Art als Wasser, in Wasser ganz eingetaucht wird, *so verliert er darin so viel von seinem Gewichte, als das Wasser wiegt, was in seinen Raum eingeht,* oder: das Gewicht der Wassermenge die so gross ist, wie der eingetauchte Körper, ist gleich dem Verluste, den letzterer an seinem Gewichte erleidet.

§. 20. *Zusatz.* Wenn ein Körper *leichterer* Art als Wasser ganz ins Wasser eingetaucht wird, so ist der Druck, den er aufwärts erleidet, grösser, als sein ganzes Gewicht: er wird also mit dem Überschuss des Drucks in die Höhe getrieben. Das Gewicht eines Stückes Holz sey = h, das Gewicht der gleich grossen Wassermasse = w, so wird es in die Höhe getrieben mit einer Kraft = w — h, und kann sich also nicht ganz eintauchen. *Erst dann wird Gleichgewicht seyn, wenn er so tief eingetaucht ist, dass sein Gewicht und das Gewicht der Wassermenge, die er aus der Stelle treibt, oder die so gross ist, wie der eingetauchte Theil einander gleich sind.*

§. 21. *Zusatz. So viel ein ganz eingetauchter Körper an seinem Gewichte verliert, so viel Gewicht theilt er dem Wasser mit, in*

welches er eingetaucht ist. Fig. 19. Das Gewicht des Körpers sey = p. Das Gewicht einer gleichen Wassermenge = w. Taucht man den Körper ganz ein, so ist nur ein Gewicht = p — w nöthig, um ihn an einem gleicharmigen Hebel zu erhalten. Mit dem noch übrigen Theil seines Gewichts = w drückt er auf das Wasser im Gefässe. Das Gewicht des Gefässes mit Wasser sey = W, so muss nun ein Gewicht, welches dasselbe *mit* dem Drucke des eingetauchten Körpers erhalten soll, = W + w seyn.

§. 22. *Erklärung.* Die Zahlen, welche angeben, wie sich die Gewichte zweier Massen von gleicher geometrischer Grösse (Volumen) gegen einander verhalten, heissen die *specifischen Gewichte* dieser Massen. Das specifische Gewicht des Wassers wird dabei gewöhnlich zur Einheit angenommen.

Die specifischen Gewichte yerhalten sich wie die Dichtigkeiten.

§. 23. *Zusatz.* Bei gleicher Dichtigkeit und gleichem Volumen sind auch die Gewichte gleich.

Bei gleicher Dichtigkeit und ungleichem Volumen verhalten sich die Gewichte, wie die Volumina.

Bei ungleicher Dichtigkeit und gleichem Volumen verhalten sich die Gewichte, wie die Dichtigkeiten.

Bei ungleicher Dichtigkeit und ungleichem Volumen oder im Allgemeinen *verhalten sich die Gewirhte, wie die Producte aus Dichtigkeit und Volumen.* Es bedeuten P ; p die absoluten Gewichte; V ; v die Volumina; G ; g die Dichtigkeiten oder specifischen Gewichte zweier Massen, und x das Gewicht eines Stücks der ersten Masse, welches so viel Volumen hat, als die zweite $=$ v, so ist $x : p = G : g$ und $P : x = V : v$, folglich $P : p = GV : gv$.

§. 24. *Zusatz.* Die specifischen Gewichte oder Dichtigkeiten verhalten sich wie die absoluten Gewichte durch die Volumina dividirt

$$G : g = \frac{P}{V} : \frac{p}{v}.$$

Sind die Volumina gleich $V = v$, so verhalten sich die specifischen Gewichte wie die absoluten $G : g = P : p$.

Sind die Gewichte gleich $P = p$; so verhalten sich die specifischen Gewichte umgekehrt wie die Räume $G : g = v : V$.

§. 25. *Zusatz.* Die Volumina verhalten sich wie die Gewichte durch die Dichtigkeiten dividirt

$$V : v = \frac{P}{G} : \frac{p}{g}$$

§. 26. *Aufgabe. Die specifischen Gewichte verschiedener Flüssigkeiten zu finden.*

Auflösung. I. Man wiege einen und eben denselben festen Körper *schwererer* Art in jeder Flüssigkeit ab, und bemerke den Verlust, den er in einer jeden an seinem Gewichte erleidet. Diese Verluste sind gleich den Gewichten von gleichen Mengen der verschiedenen Flüssigkeiten, §. 19. Mithin hat man hier *einerlei Volumen und verschiedene Gewichte.* Die specifischen Gewichte verhalten sich also wie diese Gewichte, das heisst, wie die Verluste, die der feste Körper an seinem Gewichte erleidet. (§. 24)

II. Man senke einen und eben denselben festen Körper *leichterer* Art in jede Flüssigkeit ein und bemerke, wie tief er sich eintaucht. Das Gewicht der Flüssigkeit, die er aus der Stelle treibt, oder die so viel Raum einnimmt, wie der eingetauchte Theil, ist dem Gewichte des Körpers gleich. Mithin hat man hier *einerlei Gewicht und verschiedene Volumina.* Die specifischen Gewichte verhalten sich also umgekehrt wie die Grössen des eingetauchten Theils.

Oder man lege auf den eingesenkten Körper so viel Gewicht, dass er sich in allen Flüssigkeiten gleich tief eintaucht, so hat man (wie in I.) *gleiche Volumina und verschiedene Gewichte.* Die specifischen Gewichte verhalten sich demnach wie die Gewichte des Körpers mit den aufgelegten Gewichten, zusammen genommen.

§. 27. *Anmerkung.* Zu der Auflösung §. 26. I. bedient man sich am bequemsten einer *Glasperle* vom massiven Glase, oder auch eines eiförmigen gläsernen Behältnisses, in dessen Höhlung Quecksilber ist, so dass es sich auch in der dichtesten Flüssigkeit, die man abwägen will, ganz eintaucht. Diese wird aus einer genauen, besonders dazu eingerichteten *hydrostatischen Waage* gehängt, an welcher die Verluste genau bemerkt werden können.

Zu der Auflösung §. 26, II. bedient man sich der *Senkwaagen*, dergleichen die gewöhnlichen *Sol- Bier-* und *Brandweinwaagen* sind. Fig. 20. Die Höhlung unter B ist mit so viel Quecksilber oder Schrot beschwert, dass sich das Instrument in der dichtesten Flüssigkeit, die damit abgewogen werden soll, wenigstens bis B eintauche. Die Röhre BA ist gegen die untere Höhlung ziemlich dünn aus folgendem Grunde.

Im leichteren Fluido taucht sich das Instrument um einen grössern Raum ein, als im schwereren. Gesetzt, der Unterschied dieser eingetauchten Räume betrüge $\frac{1}{100}$ des ganzen körperlichen Inhalts des Instruments. Je dünner nun die Röhre ist, *desto länger* muss nothwendig dasjenige cylindrische Stück derselben seyn, welches $\frac{1}{100}$ des ganzen Inhalts gross ist; desto genauer und in die Augen fallender können daher die Unterschiede der eingetauchten Räume bemerkt werden. Wie die Röhre ein-

zutheilen sey, damit sie die Dichtigkeiten anzeige, sehe man in Karsten Hydr. §. 52.

§. 28. *Aufgabe. Die specifischen Gewichte verschiedener festen Massen zu finden.*

Auflösung. I. Die feste Masse sey *schwererer Art* als Wasser: so *dividire man bei jeder Masse das Gewicht in freier Luft mit dem Verlust im Wasser;* der Quotient zeigt, wie vielmal das Gewicht des Körpers grösser sey, als eine gleich grosse Menge Wasser. Das heisst, der Quotient giebt das specifische Gewicht des Körpers an, das specifische Gewicht des Wassers = 1 gesetzt. Das Gewicht des festen Körpers in freier Luft sey = p, sein Verlust im Fluido = q, sein specifisches Gewicht g das specifische Gewicht des Fluidums = m. Also ist $g : m = p : q$ oder $mp = gq$ und $g = \frac{mp}{q}$

oder für $m = 1$; $g = \frac{p}{q}$

II. Die feste Masse sey *leichterer Art;* als Wasser. Kann man die Grösse des ganzen Körpers = v und des eingetauchten Theils = w genau messen, so verhält sich (wenn das specifische Gewicht des Wassers = 1 des Körpers = g ist) $1 : g = v : w$, also $g = \frac{w}{v}$ das heisst, *man dividire die Grösse des eingetauchten Theils durch die Grösse des ganzen Körpers.*

Da man aber die Volumina des Körpers und des eingetauchten Theils nicht immer genau messen kann, so kann man auch den leichtern Körper mit einem schwereren verbinden, und auf diese Weise nöthigen, sich ganz einzutauchen. Von dem Verlust, welche beide zusammen im Wasser erleiden, muss man dann den Verlust, den der schwerere Körper allein erleidet, abziehen, so hat man den Verlust, den der leichtere Körper allein erleidet, da man denn übrigens wie in I. verfährt.

§. 29. *Anmerkung.* Zu dem letzteren Verfahren pflegen die hydrostatischen Waagen mit einem gläsernen Eimer versehen zu seyn, in den der leichtere Körper vermittelst eines Deckels eingeschlossen wird. Der Verlust des Eimers im Wasser ist dann ein für allemahl bekannt.

§. 30. *Zusatz.* Wenn die Grösse des eingetauchten Körpers schwererer Art nebst dessen Verlust im Wasser oder des eingetauchten Theils des Körpers leichterer Art nebst des Körpers ganzem Gewichte bekannt sind, so wird daraus leicht das *Gewicht jeder beliebigen Menge des Fluidums* gefunden.

§. 31. *Zusatz.* Aus §. 28. I. hat man $p = gq$ d. h. *das Gewicht des festen Körpers schwerere Art* wird gefunden, wenn man seinen Verlust im Wasser mit dem specifischen Gewichte multiplicirt. Ferner ist $q = \frac{p}{g}$ oder das

Gewicht des Körpers durch sein specifisches Gewicht dividirt giebt den *Verlust im Wasser.*

§. 32. *Zusatz.* *Die Grösse des festen Körpers schwererer Art* wird gefunden, wenn man seinen Verlust im Wasser durch das bekannte Gewicht eines gewissen Maasses Wassers dividirt. Man findet z. B., wie viel Cubikzoll der Körper gross ist, wenn man seinen Verlust im Wasser mit dem Gewichte eines Cubikzolles Wassers, (welches etwa 2 Loth beträgt) dividirt.

§. 33. *Zusatz.* Das *Gewicht des festen Körpers leichterer Art* ergiebt sich aus der Grösse des eingetauchten Theils, und dem Gewichte eines Cubikzolles Wasser.

§. 34. *Zusatz.* Die *Grösse des festen Körpers leichterer Art* findet sich, wenn man die Grösse des eingetauchten Theils mit dem specifischen Gewichte des Körpers dividirt; denn aus §. 28. II. hat man $v = \frac{w}{g}$, oder auch wie in §. 32. wenn man ihn durch Verbindung mit einem schwereren Körper ganz eintauchen lässt.

§. 35. *Zusatz.* *Die Grösse des eingetauchten Theils* ergiebt sich, wenn man die Grösse des ganzen Körpers mit dem specifischen Gewichte multiplicirt $w = vg$. Es ist nämlich g ein eigentlicher Bruch. Oder auch wenn man das Gewicht des Körpers, welches mit dem Gewichte des aus der Stelle getriebenen Wassers einerley ist, durch das Gewicht eines

gewissen Maasses z. B., eines Cubikzolles Wässer dividirt.

§. 36. *Aufgabe. Zu finden, wie viel von einem Körper leichterer Art, mit einem Körper schwererer Art verbunden werden müsse, damit letzterer schwimmend erhalten werde; die specifischen Gewichte der beyden Massen und des Fluidums als bekannt vorausgesetzt.*

Auflösung. Es sey Gewicht des schwereren Körpers = p. Das gesuchte Gewicht des leichteren = x. Specifisches Gewicht des schweren = g des leichteren = l des Fluidums = m.

Also Gewicht beyder Körper in Verbindung = p + x. So gross muss auch das Gewicht des von beyden aus der Stelle getriebenen Fluidums seyn, wenn sie nicht sinken sollen.

Das Gewicht des Fluidums, welches der schwerere Körper aus der Stelle treibt, ist (§. 31.) = $\frac{pm}{g}$ und dessen was der leichtere Körper aus der Stelle treibt = $\frac{xm}{l}$

Also hat man die Gleichung

$$p + x = \frac{pm}{g} + \frac{xm}{l}$$

woraus man findet

$$x = \frac{(g - m)\, l}{(m - l)\, g} \cdot p$$

Exempel. Mit wie viel Pfund Kork kann man 22 Pfund Bley schwimmen machen? Das specifische Gewicht des Bleyes g = 11; des Korkes l = $\frac{1}{4}$; des Wassers m = 1. Man erhält das Gewicht des Korks x = $\frac{10}{3}$, 22 = 6 $\frac{2}{3}$.

§. 37. *Anmerkung.* Sechs bis acht Pfund Kork in der Gegend der Brust angebracht, reichen hin, den menschlichen Körper schwimmen zu machen, so dass der Kopf über Wasser bleibt. Ganz eingetaucht ist beynahe nichts nöthig; ihn zu erhalten, so lange er nicht Wasser schluckt. Es giebt sogar Personen; die nicht weiter als bis an die Brust einsinken.

§. 38. *Aufgabe. Zwey Metalle sind vermischt; ihre specifischen Gewichte und das der Mischung so wie das ganze Gewicht der Mischung sind gegeben. Man sucht, wie viel Metall von jeder Art in der Mischung enthalten sey.*

Auflösung. Das specifische Gewicht des schwereren Metalles sey = g; des leichteren = s; der Mischung = m; des Wassers = 1.

Das Gewicht der Mischung = p; des schwereren Metalles = x; des leichteren = p — x

Der Verlust im Wasser ist also für die Mischung = $\frac{p}{m}$ für das schwere Metall = $\frac{x}{g}$ für das leichtere = $\frac{p - x}{s}$

Man hat also die Gleichung

$$\frac{p}{m} = \frac{x}{g} + \frac{p - x}{s}$$

woraus man erhält

$$x = \frac{g \cdot (m - s)}{m \cdot (g - s)} \cdot p$$

Exempel. Die Metalle seyen Gold und Silber; specifisches Gewicht des Goldes $g = 20$; des Silbers $s = 11$ der Mischung $m = 16$. Gewicht der Mischung $p = 20$ Pfund so ist

$$x = \frac{20 \cdot 5}{16 \cdot 9} \cdot 20 = 13\frac{8}{9} \text{ Pfund.}$$

§. 39. *Anmerkung.* Es wird hiebey vorausgesetzt, dass die Metalle in der Mischung soviel Raum einnehmen wie vorher, welches aber nicht immer völlig richtig ist. Nach *Vitruvs* Erzählung, wurde diese Aufgabe §. 38. von dem *Archimedes* bei der Gelegenheit aufgelösst, dass der König *Hiero* eine goldene Krone hatte machen lassen, bey welcher er einen Betrug argwöhnte.

§. 40. *Anmerkung.* Auf hydrostatischen Gründen beruhen, die Erfindungen des *Schiffes* und der künstlichen Mittel zu *schwimmen.*

AËROSTATIK.

Grundbegriffe der Aërostatik.

§. 1. *Erklärung.* Eine *elastische* flüssige Masse ist eine solche, welche sich zusammendrücken lässt aber von selbst wieder ausbreitet, wenn der Druck aufhört. Die *Aërostatik* oder Aërometrie ist die Lehre vom Gleichgewicht der Kräfte bey flüssigen elastischen Massen.

§. 2. *Erfahrung.* Wir sind allenthalben mit einer feinen flüssigen Materie umgeben, welche wir *Luft* nennen. Das *Daseyn* derselben lehren die gemeinsten Erscheinungen. Man fühlt, dass etwas widersteht, wenn man mit einem breiten Körper eine schnelle Bewegung macht; dass etwas das Gesicht berührt, wenn man einen Fächer gegen dasselbe bewegt und dergl. m.

§. 3. *Zusàtz.* Dass die Luft ein *flüssiges* Wesen sey erhellet daraus, weil sich ihre Theile mit der grössten Leichtigkeit trennen lassen.

§. 4. *Zusatz.* Der Druck auf eine eingeschlossene Luftmasse muss sich folglich so wie bey unelastischen Flüssigkeiten nach allen Richtungen fortpflanzen und zwar so, dass sich

der fortgepflanzte Druck wie die Fläche verhält (wie Hydrost. §. 4.)

§. 5. *Erfahrung.* Die Luft ist eine *elastische* Flüssigkeit; denn man kann in eine bey CD verschlossene Röhre einen luftdicht anschliessenden Stempel AB. Fig. 1. hineintreiben, und dadurch die Luft in dem Raume ABCD zusammendrücken. Wenn aber der Druck nachlässt, so wird der Stempel wieder herausgetrieben, welches von nichts als von der ausdehnenden Kraft der Luft herrühren kann. Wenn man eine mit Luft aufgeblasene und zugebundene Blase zusammendrückt; so dehnt sich dieselbe nachdem der Druck aufgehört hat, von selbst wieder aus.

§. 6. *Zusatz.* Wenn der Stempel Fig. 1. durch eine Kraft = P bis E in die Röhre hineingetrieben ist; und nun durch *diese* Kraft nicht weiter hineingetrieben werden kann, so ist dies ein Beweis, dass die ausdehnende Kraft der in dem Raum EC eingeschlossenen Luft, nunmehr dieser Kraft P das Gleichgewicht halte. Eine grössere Kraft Q treibe den Stempel bis F hinein und nicht weiter, so ist dies ein Beweis, dass die ausdehnende Kraft der im Raum FC eingeschlossenen Luft der Kraft Q gleich seyn müsse. So lange also durch einen grössern Druck der Stempel immer noch weiter hineingetrieben werden kann, muss im Zustande des Gleichgewichts *die Elasticität der*

Luft dem Drucke gleich seyn; und bei vergrössertem Drucke, so lange die Luft dadurch noch in einen immer engern Raum zusammengedrückt wird, wächst folglich auch ihre Elasticität.

§. 7. *Zusatz.* Gäbe es aber einen Fall, wo durch eine sehr grosse Kraft P die Luft shon so sehr als möglich zusammengedrückt wäre, das heist, dass ihre Theile nun nicht näher zusammengebracht werden könnten, so würde zwar eine noch grössere Kraft Q den Stempel ebenfalls nicht weiter hineintreiben, man könnte aber dann nicht sagen, dass die Elasticität der eingeschlossenen Luft = Q sey, sondern sie war nur vielleicht = P.

§. 8. *Zusatz. Je dichter die Luft wird, desto elastischer wird sie auch*: dies folgt unmittelbar aus dem Obigen. Ob sie aber *in eben dem Verhältnisse* elastischer werde wie sie dichter wird, das lässet sich hier noch nicht aus den bisherigen Erfahrungen bestimmen.

§. 9. *Anmerkung.* Da sich eine stark comprimirte Luft mit grosser Gewalt auszudehnen strebt, so kann man dadurch: dass man ihr aus einem vorher verschlossenen Behältnisse plötzlich einen Ausgang gestattet, Körper mit grosser Geschwindigkeit forttreiben. Dies geschieht bei den *Windbüchsen*. Die Einrichtung derselben ausführlich zu beschreiben würde hier zu weitläuftig seyn.

§. 10. *Anmerkung.* Ein nothwendiges Werkzeug zu Untersuchungen über die Luft, ist die *Luftpumpe* deren wesentlichsten Theile in Fig. 2. abgebildet sind. In einem metallenen *Cylinder* AB kann ein luftdicht anschliessender *Stempel* CD auf und nieder bewegt werden. Aus dem Cylinder geht eine *Röhre* EFG bis zu einem *Teller* HI auf welchen eine gläserne *Glocke* gesetzt wird; so das sich die Öffnung der Röhre G unter der Glocke befindet. Bey E ist in der Röhre dicht am Boden des Cylinders ein *Hahn* angebracht; durch dessen Drehung man die Verbindung zwischen dem Cylinder und der Röhre versperren oder öffnen kann. Statt des Hahns kann ein *Ventil* angebracht werden. Wir bemerken nur noch, dass der Erfinder der Luftpumpe, *Otto von Guerike* war: welcher 1654 auffallende Versuche damit anstellte, und dass *Boyle, Huygens, Sengwerd, Hauksbee, Gravesand, Smeaton* und Andere mehr Veränderungen dabey ersonnen haben, welche wir hier nicht ohne zu grosse Weitläuftigkeit beschreiben könnten.

§. 11. *Erfahrung.* Wenn der Stempel der Luftpumpe hinaufgezogen wird, so tritt die in K befindliche Luft durch E in den Cylinder; denn wenn man E wieder verschliest und den Stempel zurückpresst; so dringt Luft aus dem Cylinder, durch eine andere in dem Hahne befindliche Öffnung mit einem Gezische heraus.

Da nun vorher der Stempel am Boden des Cylinders sass und von aussen keine Luft eindringen kann, so kann diese Luft nur aus der Glocke in den Cylinder getreten seyn.

§. 12. *Zusatz.* Hieraus folgt, dass die Luft schon im natürlichen Zustande so wie sie Anfangs unter der Glocke war, schon ein Bestreben sich in einen grössern Raum auszubreiten habe, oder elastisch sey.

§. 13. *Zusatz.* Bey dem Verfahren §. 11. wo ein Theil der Anfangs unter der Glocke befindlichen Luft in den Cylinder trat und von dort wieder hinausgetrieben wurde, ohne in die Glocke zurückzukommen; wird folglich die Menge der Luft unter der Glocke vermindert. Durch Wiederholung des Verfahrens kann mithin die Luft unter der Glocke immer mehr und mehr *verdünnet* werden; so dass endlich in K ein *fast* luftleerer Raum (vacuum Boylianum) entsteht. Um zu erfahren wie stark die Luft verdünnt worden sey, bedient man sich der *Birnprobe* und *Barometerprobe.* Durch eine *gute* Luftpumpe kann etwa eine 500fache Verdünnung bewirkt werden.

§. 14. *Zusatz.* Bey umgekehrten Verfahren, nämlich wenn der Stempel Anfangs bey B ist und sodann nach A hinuntergetrieben wird, tritt die Luft aus dem Cylinder in die Glocke, oder ein an das Ende der Röhre E angeschraubtes Gefäss: worin also jezt eine grössere Menge Luft ist als vorhin. Durch Wiederholung

des Verfahrens wird folglich die Luft im Gefässe immer mehr *comprimirt.*

§. 15. *Erfahrung.* Wenn man eine zugebundene Blase welche nicht ganz voll Luft ist, in die Wärme legt, so bläht sie sich auf, und wenn die Wärme gross ist zerspringt sie endlich mit einem Knalle. Bringt man aber eine in der Wärme aufgeblähete Blase in die Kälte, so fällt sie wieder zusammen.

§. 16. *Zusatz.* Dies beweist, dass die Elasticität der Luft durch die Wärme vergrösert, durch die Kälte aber vermindert werde. Bey unveränderter Dichtigkeit ist also die Luft um desto elastischer, je wärmer sie ist, ob in gleichem Verhältniss? bestimmen wir hier noch nicht.

§. 17. *Anmerknng.* Aus geheizten Zimmern dringt daher die Luft durch alle Öffnungen nach den kältern Raume hin, wie man bemerken kann, wenn man eine Lichtflamme an eine Thür oder an ein Fenster hält.

§. 18. *Zusatz.* Wenn man ein *offnes* Gefäss, zum Beispiel eine Bouteille oder eine metallene hohle Kugel stark erwärmt, so wird die heisse Luft aus derselben herausströmen, weil sie sich wegen vergrösserter Elasticität in einen grössern Raum auszudehnen strebt. Die Menge Luft in der Kugel wird also vermindert oder die Luft wird in einem offnen erwärmten Raum *verdünnt.*

§. 19. *Zusatz.* Indem sie aber verdünnt wird verliert sie wieder etwas von ihrer Elasticität §. 8. Das Ausströmen dauert also so lange fort, bis die Luft soviel an Elasticität durch die Verdünnung verlohren hat, als sie durch die Erwärmung gewinnt. Die äussere kalte und dichtere Luft hat dann vermöge ihrer grössern Dichtigkeit eine eben so grosse Elasticität, als die innere erwärmte und dünnere Luft, wegen ihrer grössern Wärme hat, und es ist nun Gleichgewicht.

§. 20. *Zusatz.* Wird nun sogleich das Gefäss verstopft, so dass keine Luft von aussen hinein dringen kann, und sodann in die Kälte gebracht: so verliert die verdünnte eingeschlossene Luft ihre durch die Wärme erhaltene Elasticität wiederum. Die äussere Luft hat nun vermöge ihrer grössern Dichtigkeit eine grössere Elasticität als die eingeschlossene dünnere Luft von gleicher Temperatur. Es wird also, so bald das Gefäss geöffnet wird, kein Gleichgewicht seyn können, sondern die äussere Luft wird in das Gefäss hineinströmen, bis die Dichtigkeit der Luft in und ausser dem Gefäss gleich ist.

§. 21. *Zusatz.* Zerbricht man ein solches Gefäss plötzlich, so dringt die äussere Luft mit einem hörbaren Geräusch hinein. Die sogenannten *Glasbomben*, (Kugeln von dünnem Glase, welche, so heiss, wie sie am Blaserohr hängen, zugeschmolzen sind,) zerspringen da-

her mit einem starken Knalle wenn man sie auf den Boden wirft.

§. 22. *Erfahrung.* Wenn man eine hohle Kugel, in welcher man die Luft durch Erhitzung verdünnt: und welche man sodann gegen das Eindringen neuer Luft verschlossen hat, auf einer genauen Waage wiegt; so findet man, dass sie mit dieser verdünnten Luft etwas weniger Gewicht hat, als sie vorhin mit einer dichtern Luft hatte. Um den Unterschied merklich zu machen, muss aber die Kugel eine beträchtliche Grösse haben. Eben dies bemerkt man wenn man die Kugel vermittelst der Luftpumpe von Luft so viel möglich leer macht. Im letztern Falle noch besser, weil durch die Luftpumpe die Luft mehr verdünnt werden kann, als bloss durch Wärme. Denn selbst, wenn eine hohle eiserne Kugel, bis zum Weisglühen erhitzt wird, so wird die Luft in derselben nur viermal dünner als zuvor: (nach *Robins* Versuchen).

§. 23. *Zusatz.* Dies (§. 22.) beweist, dass die Luft *Gewicht* habe, dass sie *schwer* sey.

§. 24. *Zusatz.* Man hat gefunden, dass das specifische Gewicht der Luft, wie sie unten an der Oberfläche der Erde ist, ungefähr $\frac{1}{8}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$ sey, das des Wassers zu 1 angenommen, oder dass die untere athmosphärische Luft ungefähr 800mal leichter sey, als reines Wasser.

§. 25. *Zusatz.* Da die Luft schwer ist, so müssen die höheren Luftschichten auf die un-

tern einen *Druck* ausüben; und diese untern werden, da die Luft elastisch ist, dadurch zusammengedrückt, bis ihre Elasticität jenem Drucke das Gleichgewicht hält.

An jeder Stelle ist also die Elasticität der Luft, dem Drucke der Luft gleich.

§. 26. *Zusatz.* Tiefere Luftschichten müssen mehr zusammengedrükt, oder dichter, und mithin elastischer seyn, als höhere; denn jene haben mehr Luft über sich als diese. Die Dichtigkeit und Elasticität der Luft muss also (gleiche Temperatur in allen Luftschichten vorausgesetzt) von unten nach oben hin abnehmen, (ob in einerley Verhältnissen? ist hier nicht zu bestimmen), und die oberste Luftschichte, auf welche nun nichts mehr drückt, muss keine Elasticität und eine ungemein geringe Dichtigkeit haben. Sie ist in einem Zustande, den man eigentlich den natürlichen Zustand der Luft nennen könnte.

§. 27. *Zusatz.* Da die Luft eine flüssige und schwere Materie ist, so muss sie allenthalben über der Erdfläche in gleicher Höhe stehen, also wenn die Erde kugelförmig ist, muss auch die Luft diese Gestalt annehmen.

§. 28. *Anmerkung.* Wegen der geringern Elasticität der Luft, wird das Athmen auf hohen Bergen beschwerlich. Ein Versuch, der Obiges §. 27. bestätiget, ist dieser: Ein mit Luft, wie sie unten an der Oberfläche der Erde ist, gefülltes Gefäss verstopfe man, dass die

Luft nicht heraus dringen kann; trage es sodann mit sich auf einen Berg und öffne es daselbst; so strömt die Luft heraus, welches am besten an einer vor der Öffnung gehaltenen Lichtflamme bemerkt werden kann.

Bestimmung des Drucks der Luft,

§. 29. *Lehrsatz. Der Druck, welchen die Luft unter freiem Himmel auf eine horizontale Ebene ausübt, ist gleich dem Gewichte einer senkrechten Luftsäule, die diese Ebene zur Grundfläche hat, und sich bis an die äussersten Gränzen der Athmosphäre erstreckt.*

Beweis. Gäbe es feste senkrechte Wände, Fig. 3 von der Fläche CD an, bis an die Gränzen der Athmosphäre AB; so würde das Luftprisma ABCD völlig mit seinem Gewichte auf CD drücken. Aber was solche feste Wände thun würden, das thut in der Natur die umgebende Luft, nemlich sie hindert im Stande des Gleichgewichts die Luft in diesem senkrechten prismatischen Raum, dass sie nicht zur Seite ausweiche.

§. 30. *Zusatz.* Da sich bey flüssigen Körpern der Druck gleichförmig fortpflanzt, so leidet auch jede andere, nicht horizontale Fläche, einen gleichen Druck unter freyen Himmel.

§. 31. *Zusatz.* Ist die Luft in einem Raume A elastischer, als in einem andern B,

und der Zugang von einem zum andern ist nicht luftdicht verschlossen, so wird jene aus dem Raume A so lange nach dem Raum B hinströmen, bis die Elasticität in beyden Räumen gleich ist. Da nun Zimmer u. s. w. nicht luftdicht verschlossen werden, so wird die Luft im Zimmer mit der Luft unter freien Himmel gleiche Elasticität erhalten. Es sey EF. in der 4ten Figur die Decke eines Zimmers, so wird der Druck auf CD jetzt noch eben so gross seyn wie vorhin, da die Decke nicht da war; weil die Elasticität der Luft im Raume EFCD ungeändert geblieben ist.

Mithin auch in Zimmern u. d. gl. ist der Druck auf eine (horizontale oder nicht horizontale) Fläche, dem Gewicht der Luftsäule gleich, die über einer eben so grossen Grundfläche bis an die Gränzen der Athmosphäre reicht.

§. 32. *Erfahrung.* Eine Röhre CD Fig. 5 welche über 32 Fuss lang ist, und unten bey D anfangs durch einen Hahn verschlossen ist, werde ganz mit Wasser gefüllt, und senkrecht in ein Gefäss mit Wasser gestellt. Man verschliesse sie sodann oben bey E so dass keine Luft von oben auf das Wasser drücken kann, und öffne den Hahn bey D, so fällt das Wasser von E bis C herunter, so weit bis CD, das heist, die Höhe der Oberfläche des Wassers in der Röhre über der Oberfläche des Wassers im Gefässe ungefähr 32 Fuss beträgt.

§. 33. *Erfahrung.* Bequemer lässt sich dieser Versuch mit Quecksilber anstellen. Man fülle eine bey E zugeschmolzene Glasröhre welche über 28 Zoll lang ist, mit Quecksilber, verschliesse deren Öffnung mit dem Finger und stelle sie so senkrecht in ein Gefäss mit Quecksilber; nehme sodann den Finger von der Öffnung weg, so fällt das Quecksilber in der Röhre von E nach C herunter so dass CD, das heisst, die Höhe der Oberfläche des Quecksilbers in der Röhre über der Oberfläche des Quecksilbers im Gefässe ungefahr 28 Zoll beträgt. (Es ist angenommen, dass beide Versuche unten an der Oberfläche der Erde angestellt werden.)

§. 34. *Anmerkung.* Der Raum EC in der Röhre, um welchen das Quecksilber heruntersinkt, kann gar keine Luft enthalten, und ist also ein reiner luftleerer Raum. Man nennt ihn das *vacuum Torricellianum* von dem *Evangelista Torricelli*, der diesen Versuch zuerst bekannt machte; so wie auch die Röhre die *torricellische Röhre* heisst.

§. 35. *Zusatz.* Wären beide sowohl das Quecksilber in der Röhre als das Quecksilber im Gefässe *keinem* Drucke der Luft ausgesetzt, so würde das Quecksilber in der Röhre nicht anders in C (Fig. 7.) stehen bleiben können, als wenn auch das Quecksilber im Gefässe in eben der Höhe bis FG stände. (aus hydrostatischen Grüuden) Statt des Quecksilber pris-

mas FGAB drückt nun auf AB die athmosphärische Luft, und es ist Gleichgewicht. *Mithin muss der Druck der Luft auf eine Fläche gleich seyn dem Gewicht einer Quecksilbersäule, welche diese Fläche zur Grundfläche und etwa 28 Zoll Höhe hat: oder einer Wassersäule von eben der Grundfläche und etwa 32 Fuss Höhe.*

§. 36. *Zusatz.* Der Druck der Luft auf eine Fläche von 1 Quadratfuss, beträgt folglich so viel, als das Gewicht von 32 Cubikfuss Wasser. Das Gewicht eines Cubikfusses Wasser = 66 Pfund gesetzt; ist der Druck auf eine Fläche von 1 Quadratfuss = 32.66 = 2112 Pfund.

§. 37. *Zusatz.* So lange Körper von allen Seiten der Luft ausgesetzt sind, ist der Druck von allen Seiten gleich, wird aber der Druck von einer Seite hinweggenommen, so sieht man die gewaltsamen Wirkungen, welche der starke Druck der Luft hervorbringt. Gefässe, aus denen die Luft vermittelst der Luftpumpe hinweggenommen ist, werden von der äussern Luft zersprengt, wenn sie nicht sehr stark sind, oder etwa eine gewölbte Form haben u. d. gl.

§. 38. *Anmerkung.* Unter den Versuchen, welche die grosse Gewalt des Drucks der äussern Luft beweisen, haben keine mehr Aufsehen gemacht, als die, welche *Guerike* der Erfinder der Luftpumpe, mit zwei hohlen metallenen Halbkugeln von etwa 15 Zoll im Durch-

messer anstellte, welche, nachdem sie aneinander gelegt und von Luft ausgeleert waren, durch sechzehn Pferde kaum von einander gerissen werden konnten. Der Druck betrug auf jede Halbkugel ungefähr 2550 Pfund. Diese merkwürdigen Halbkugeln liegen auf der königlichen Bibliothek in Berlin.

§. 39. *Erfahrung.* Die Höhe der Quecksilbersäule in der Toricellischen Röhre an einem und ebendemselben Orte ist nicht zu allen Zeiten gleich; sie beträgt zuweilen über, zuweilen unter 28 Zoll.

§. 40. *Zusatz.* Dies beweist, dass der Druck der Athmosphäre nicht immer gleich sey. Weil also die Toricellische Röhre dazu dient, die Veränderungen im Druck der Luft wahrzunehmen, so hat man die zu diesem Endzweck eingerichteten Röhren, *Barometer* genannt. Wolf nannte sie *Baroscope*. Man könnte sie auch *Elateromcter* nennen.

§. 41. *Zusatz.* Um genau die Höhe der Quecksilbersäule zu bestimmen, welche von dem Drucke der Luft erhalten wird, kann eine Einrichtung wie Fig. 8 dienen. Das Quecksilber stehe anfangs in dem längern Schenkel bis A in dem kürzern bis E, so ist AD die Höhe der von der Luft erhaltenen Quecksilbersäule (*die Barometerhöhe*). Das Quecksilber falle im längern Schenkel bis B herunter, und steige im

kürzern bis F, so ist jetzt BC die Barometerhöhe, welche um AB + DC kleiner ist als die vorige AD. Ist nun an *jedem* Schenkel eine in Zollen, Linien u. s. w. eingetheilte Scale, so ist es leicht, die Veränderungen der Barometerhöhe zu bestimmen. Diese schon alte, und von *de Luc* wieder angenommene Einrichtung nennt man *Heberbarometer.*

42. *Zusatz.* Gewöhnlich ist nur an dem längern Schenkel der Röhre eine Scale angebracht, der kürzere Schenkel aber, in Vergleichung mit jenem sehr weit; damit das Steigen und Fallen in dem weitern Schenkel nicht sehr merklick sey. Ist zum Beyspiel der Durchschnitt des weitern Schenkels 100mal so gross als der Durchschnit des längern Schenkels, und das Quecksilber fällt im längern Schenkel um 1 Zoll, so ist es im weitern Schenkel nur um $\frac{1}{100}$ Zoll gestiegen. Wenn es nun nicht auf grosse Schärfe ankömmt, so könnte man letzteres aus der Acht lassen, daher gewöhnlich Barometer ungefähr die Einrichtung haben, wie Fig. 9.

§. 43. *Anmerkung.* Man nennt die Barometer auch *Wettergläser,* weil auf Änderungen im Barometerstande also im Druck der Athmosphäre auch gewöhnlich Änderungen des Wetters zu folgen pflegen. Beschreibung mannigfaltiger Abänderungen in der Einrichtung dieser Werkzeuge, als Doppelbarometer, Radbarometer, schiefwinklichte, rechtwinklichte

u. s. w.; so wie Erörterung in wie fern sie die Namen, Barometer und Wetterglas verdienen, können hier nicht beigebracht werden.

§. 44. *Aufgabe. Zu untersuchen, wie sich die Dichtigkeit der Luft gegen die Kraft verhalte, womit sie zusammen gedrükt wird.*

Auflösung. Eine durchaus gleich weite gebogene Röhre Fig. 10. deren kürzerer Schenkel etwa 1 Fuss, der längere etwa 8 Fuss lang ist, werde so gestellt, dass die beiden Schenkel senkrecht stehen. Der kürzere Schenkel ist oben bei C zugeschmolzen. Man fülle den untern Theil der Röhre, der als Verbindung beider Schenkel dient, mit Quecksilber, dessen Oberflächen sich dann in *einer* wagrechten Ebene AB befinden. Hiedurch ist nun der kürzere Schenkel gesperrt, und in demselben ist Luft eingeschlossen die noch von einerley Dichtigkeit mit der äussern ist; denn beim Eingiessen des Quecksilbers können sich Luft und Queksilber ausweichen, so dass also jene noch nicht durch das Quecksilber zusammen gedrückt ist. In diesem natürlichen Zustande ist sie aber schon von einem Drucke, gleich dem Gewicht einer 28 Zoll hohen Quecksilbersäule zusammengedrückt.

Wird nun über A in den längern Schenkel noch mehr Quecksilber gegossen, so wird das Quecksilber im kürzern Schenkel, über B. in

die Höhe steigen, und da die Luft in diesem kürzern Schenkel jetzt nicht ausweichen kann, so wird dieselbe in einen engern Raum gepresst. Steht das Quecksilber im längern Schenkel bis E und tritt im kürzern Schenkel bis F, so ist die eingeschlossene Luft, ausser dem Drucke von welchem sie schon im natürlichen Zustande zusammengedrückt war, noch von dem Gewicht einer Quecksilbersäule zusammengedrückt, deren Höhe GE dem Unterschiede der Höhen des Quecksilbers im längern und kürzern Schenkel gleich ist, $= AE - BF$.

Da die Gewichte der Quecksilbersäulen von gleichen Grundflächen sich wie ihre Höhen verhalten, so hann man jene durch diese ausdrücken. Die Kraft also, womit die Luft im natürlichen Zustande zusammengedrückt war, verhält sich zur Kraft, womit sie jetzt zusammengedrückt ist, wie 28 zu $28 + AE - BF$. So ist also das Verhältniss der zusammendrückenden *Kräfte* bekannt.

Da sich ferner die Räume BC; FC u. s. w. in welche die Luft eingepresst wird, messen lassen, (vorausgesetzt dass die Röhre durchaus cylindrisch ist), und sich bei einerlei Masse die Dichtigkeiten umgekehrt verhalten müssen, wie die Räume, welche die Masse einnimmt, so ist auch das Verhältniss der *Dichtigkeiten* bekannt. Die Dichtigkeit im natürlichen Zustande, ver-

hält sich zur Dichtigkeit im künstlich zusammengedrückten Zustande, wie FC zu BC.

§. 45. *Zusatz.* Bei den, freilich nur mässigen Zusammendrückungen der Luft, welche sich durch obiges Verfahren bewerckstelligen lassen, findet sich nun, dass sich die Räume, in welche die Luft zusammengepresst wird, umgekehrt, wie die drückenden Kräfte, also die Dichtigkeiten wie diese drückenden Krätte selbst verhalten.

§. 46. *Zusatz.* Da endlich die Elasticität der Luft; so lange noch fernere Zusammendrückung statt findet, jedesmal der drückenden Kraft gleich ist: so folgt, dass sich bei den erwähnten Zusammendrückungen, und bei gleicher Temperatur *die Dichtigkeiten wie die Elasticitäten, oder welches einerlei ist die Elasticitäten wie die Dichtigkeiten verhalten.* (Dies wäre die nähere Bestimmung von §. 8.)

§. 47. *Anmerkung.* Man nennt dieses das Mariottische Gesetz, weil *Mariotte* zuerst die beschriebenen Versuche angestellt hat.

Der kürzere Schenkel der Röhre BC war bei diesen Versuchen = 12 Zolle und es fand sich nun für die verschiedenen Höhen des Quecksilbers in beiden Schenkeln Folgendes.

AE =	0	18	34	93
BF =	0	4	6	9
AE — BF =	0	14	28	84
Druck =	28	42	56	112
oder =	4	6	8	16
oder =	2	3	4	8
CE = 12 — BF =	12	8	6	3

Vergleicht man nun beide letzte Reihen Zahlen nämlich die, welche den Druck angeben und die, welche den Raum angeben, worin die Luft ein gepresset wurde, so findet sich, dass die Zahlen im umgekehrten Verhältniss zu einander stehen. Nämlich

2 : 3 = 8 : 12
3 : 4 = 6 : 8
4 : 8 = 3 : 6.

Bei *verdünnter* Luft haben *Mariotte, Jacob, Bernoulli* und *Bouguer* dieses Gesetz ebenfalls bestätigt gefunden.

§. 48. *Zusatz.* Wenn man sich die Athmosphäre in verschiedne so dünne Schichten getheilt vorstellt, dass man annehmen kann, die Luft habe einerlei Dichtigkeit in einer und eben derselben Schichte, so werden sich also nach dem Mariottischen Gesetze die Elasticitäten der Schichten, folglich die Barometerhöhen in diesen Schichten, wie die Dichtigkeiten verhalten. (vorausgesetzt dass diese alle durchaus von gleicher Temperatur sind.)

§. 49. *Anmerkung.* Obiges enthält die Gründe des Verfahrens, die *Höhen der Berge* vermittelst des Barometers zu bestimmen: wovon aber die Erläuterung in die practische Mathematik gehört, und welche, wenn sie gründlich seyn soll, mehr voraussetzt als hier gelehrt werden kann. Auch kann die *Höhe der Athmosphäre einigermaassen* daraus geschlossen werden. Eine Luftsäule durchaus von der Dichtigkeit, wie die Luft an der Erdfläche hat, wäre 800 . 32 = 25600 Fuss hoch. Wenn man das Mariottische Gesetz für die ganze Athmosphäre annimmt, so findet man, dass bis dahin wo die Luft nur noch 1 Linie Quecksilber erhält, etwas über 25000 Toisen seyn müsse.

Bestimmung der Dichtigkeit der Luft.

§. 50. *Aufgabe. Die Dichtigkeit der Luft zu messen.*

Auflösung. I. Wenn zu allen Zeiten die Elasticität der Luft sich wie die Dichtigkeit verhielte, so könnte das Barometer zugleich die letztere angeben. Da aber die Luft dieselbe Dichtigkeit behalten und doch durch Wärme und andern Ursachen ihre Elasticität, mithin ihr Druck geändert werden kann, so kann das Barometer nicht als Dichtigkeitsmesser dienen.

II. Ein Werkzeug, welches aber eigentlich dazu dient, die Dichtigkeit der freien athmosphärischen Luft zu messen, oder wenigstens

die Veränderungen derselben wahrzunehmen ist folgendes. Eine hohle kupferne Kugel von etwa 1 Fuss im Durchmesser wird an einen Wagebalken gehängt, und durch ein Gegengewicht in Gleichgewicht gebracht. Die Kugel muss fest verschlossen und verkittet seyn, so dass die innere und äussere Luft keine Gemeinschaft mit einander haben. Auch kann die innere Luft durch eine Luftpumpe herausgezogen werden. Der Wagebalken muss übrigens möglichst empfindlich seyn, und das Gegengewicht wenig Raum einnehmen. Diese Kugel nun verliert von ihrem Gewicht (welches sie im luftleeren Raum haben würde) so viel als die Luft wiegt, die sie aus der Stelle treibt, mithin in dichterer Luft mehr, in dünner Luft weniger. Die Änderung in dem Verluste des kleinen Gegengewichts kann ausser Acht gelassen werden, da es sehr wenig Luft aus der Stelle treibt. An dem beschriebenen Werkzeuge kann ein mit Abtheilungen versehener Bogen angebracht werden, woran man den Ausschlag bemerkt; der bei dünnerer Luft auf der Seite der Kugel, bei dichterer, auf der Seite des Gegengewichts statt findet.

§. 51. *Zusatz.* Die Abtheilungen oder Grade des Bogens können durch Versuche bestimmt werden; nemlich man legt nach und nach 1 Gran, 2 Gran, u. s. w. zu dem Ge-

wichte hinzu, und bemerkt jedesmal den Ausschlag an dem Bogen.

§. 52. *Zusatz.* Um nun die Veränderung der Dichtigkeit zu bestimmen, muss das Gewicht der Luft zu der Zeit als das Instrument verfertigt, und die Kugel mit dem Gegengengengewicht in Gleichgewicht gesetzt wurde, bekannt seyn. Gesetzt, das Gewicht der Luft, welche den Raum der Kugel ausfüllen würde, sei = 700 Gran gewesen, als das Manometer verfertigt wurde, und das *Gegengewicht* gäbe jezt einen Ausschlag von 7 Gran, so wäre jetzt das Gewicht der Luft, welche von der Kugel aus der Stelle getrieben wird, = 707 Gran. Der Unterschied der Dichtigkeiten also = $+\frac{7}{700}$ = + 0, 01 der anfänglichen Dichtigkeit.

Gäbe aber die *Kugel* einen solchen Ausschlag, so wäre die Luft um so viel dünner geworden, oder der Unterschied wäre = — 0, 01.

§. 53. *Anmerkung.* Das oben beschriebene Instrument heisst ein *Manometer*, und zwar ist es das zuerst von *Guerike* erfundene, oder wenigstens zuerst beschriebene. *Boyle* eignet sich die Erfindung zu. Beyde hielten es aber für ein Werkzeug, Veränderungen des *Drucks* der Luft, also die Elasticität der Luft zu erfahren, welches es aber nicht ist. Umgekehrt gaben nachher *Varignon*, *Roy* und *Saussure* den Namen Manometer, solchen

Werkzeugen, die nicht die Dichtigkeit, wenigstens nicht der freien, sondern nur einer eingesperrten Luft angeben, und auf welche die Elasticität der freien Luft Einfluss hat.

Bestimmung der Wärme der Luft,

§. 54. *Erklärung.* Ein Werkzeug, welches die Veränderungen der Wärme der Luft anzeigt, heisst ein *Thermometer.*

§. 55. *Zusatz.* Diese sogenannten Thermometer gründen sich darauf, dass nicht nur die Luft, sondern auch andere flüssige und feste Körper durch die Wärme ausgedehnt werden, in der Kälte sich zusammenziehen.

§. 56. *Zusatz.* Alle Vorrichtungen aber, die unter dem Namen Thermometer bekannt sind, geben nicht eigentlich die Grösse der *Wärme* selbst, sondern nur die Grösse der *Ausdehnung* an, welche bei verschiedener Temperatur, bei diesem oder jenem Körper statt findet. Nun aber hat man keinen Grund zu schliessen, dass beide in gleichem Verhältniss wachsen und abnehmen, folglich führen die Thermometer ihren Namen nicht mit dem grösten Rechte, und sollten nur *Thermoscope* heissen.

§. 57 *Anmerkung.* Die Erfindung der Thermometer wird dem *Cornelius Drebbel* zugeschrieben. Das Drebbelsche Thermometer

hat folgende Einrichtung, Fig. 11. Eine gekrümmte Glasröhre ist in A mit einem offnen Gefässe, in E aber, mit einer verschlossenen Kugel versehen. Man erwärmt die letztere, so dass die Luft in derselben verdünnt wird: taucht sodann den untern Theil des Instruments in gefärbtes Wasser, welches, wenn die eingeschlossene Luft erkaltet durch den Druck der äussern Luft in die Röhre etwa bis D hinaufgetrieben wird. Wird nun die eingeschlossene Luft wärmer, so treibt sie das Wasser herunter, wird sie kälter; so steigt das Wasser. In soferne nun die Wärme der äussern Luft der eingeschlossenen mitgetheilt wird, so kann dies Werkzeug auch die Temperatur der äussern Luft einigermassen anzeigen. Es hat aber die grosse Unvollkommenheit, dass es auch als Barometer wirkt, weil die Oberfläche des Wassers im Gefässe dem *Druck* der äussern Luft ausgesetzt ist; folglich zum Beispiel das Wasser in der Röhre, wegen vergrösserten Drucks der äussern Luft steigen kann, ohne dass die Luft in der Kugel kälter geworden wäre.

§. 58. *Anmerkung.* *Amontons* Thermometer beruht wie das Drebbelsche auf Ausdehnung eingeschlossener *Luft* durch die Wärme. Eine fast 4 Fuss lange Röhre ist mit einer weiten Kugel versehen, in welcher Quecksilber bis A steht. Über demselben ist Luft, welche durch ihre Ausdehnung die Quecksilbersäule bey D

steigen und im entgegengesetzten Fall sinken macht. Die über A in der Kugel befindliche Luft wird von der Quecksilbersäule FD und dem ganzen Druck der Athmosphäre zusammengedrückt, welcher letztere durch die Barometerhöhe gegeben ist. Gesetzt bey einem Barometerstande von 28 Zoll stehe im Thermometer das Quecksilber in D, so ist der Druck, den die eingeschlossene Luft erleidet = 28 + FD. (durch die Höhe einer Quecksilbersäule ausgedrückt.) Das Quecksilber steige bis d, (wobey wir den Horizont AF als unveränderlich annehmen.) Ist nun die Barometerhöhe noch 28 Zoll, so rührt der ganze Unterschied Dd von der Ausdehnung der eingeschlossenen Luft durch die Wärme her. Ist aber das Barometer zu eben der Zeit auch gestiegen, zum Beispiel um $\frac{1}{10}$ Zoll, so ist die Elasticität der eingeschlossenen Luft gleich einer Quecksilbersäule von $28 + \frac{1}{10} + FD + Dd$.

§. 59. *Anmerkung.* Eine Abänderung des Amontonschen ist das Bernouillische, wo die Röhre über dem Quecksilber von Luft leer gemacht und zugeschmolzen ist. Ein gewöhnliches Barometer mit zugeschmolzener Kugel giebt also ein solches Thermometer ab.

Es muss auch hier die Kugel in Vergleichung mit der Röhre weit genug seyn, damit die Grösse des Raums, den die Luft in der Kugel ein-

nimmt, also auch die Dichtigkeit dieser Luft nicht zu merklich geändert werde, wenn das Quecksilber in der Röhre steigt und fällt.

§. 60. *Anmerkung.* *Lambert* brachte bey dem Amontonschen Thermometer genaue Eintheilungen an.

Er fand, dass, wenn das Volumen der Luft bei der Temperatur des zergehenden Eises = 1 gesetzt wird, dieselbe bei der Hitze des kochenden Wassers, ein Volumen = 1,37 habe, also um 0,37 ausgedehnt sey. Wenn nun verstattet ist, anzunehmen, dass Wärme und Elasticität der Luft einander proportional sind, so giebt dieses Werkzeug einen Wärmemesser für die eingeschlossene Luft ab.

§. 61. *Anmerkung.* Gewöhnlicher als die oben beschriebenen *Lufttthermometer* sind die *Weingeist-* und *Quecksilberthermometer.*

Eine enge Röhre mit einer ziemlich weiten Kugel, Fig. 13. wird mit Weingeist, Öl oder am besten mit Quecksilber gefüllt, der Raum über diesen Materien von Luft leer gemacht und die Röhre oben zugeschmolzen. Wird nun der Weingeist oder das Quecksilber wärmer, so dehnt es sich aus und steigt; im umgekehrten Falle sinkt es; und zwar beides um desto merklicher, je enger die Röhre in Vergleichung mit der Kugel ist.

§. 62. *Anmerkung.* Die ersten Weingeistthermometer wurden zu Florenz von der Academie del Cimento angegeben, aber ohne eine brauchbare Eintheilung, welche erst *Renaldini* hinzufügte; *Neuton* bediente sich des Öls, *Fahrenheit* des Weingeistes und nachher des Quecksilbers, welches schon *Halley* vorgeschlagen hatte, *Reaumur* des Weingeistes (ob gleich man auch Quecksilbertherometer Reaumürsche nennt, wenn Reaumurs Scale dabei angebracht ist, die doch eigentlich nur für Weingeist passet), *De Luc*, *De L'isle* und mehre Andere haben sich in neuern Zeiten um die Verbesserung dieser Werkzeuge sowohl in Ansehung ihrer Genauigkeit als ihrer Übereinstimmung verdient gemacht.

§. 63. *Anmerkung.* Die Scale an einem Thermometer zu verfertigen, kömmt es zuvörderst darauf an, feste Puncte zu finden, von welchen man die Thermometergrade abzählen will.

Fahrenheit hatte im Winter 1709, zu Danzig einen äusserst grossen Grad der Kälte beobachtet; welcher mit dem übereintrift, welchen man durch eine Mischung von gleichen Theilen, Schnee und Salmiak hervorbringen kann. Der Punct wo das *Qnecksilber* in dieser Mischung steht, nahm er daher für den Anfangspunct an, und bezeichnete ihn mit o, weil ihm dies die grösste mögliche Kälte oder eine Abwesenheit aller

Wärme zu seyn schien. Er fand nun, wenn man das Volumen des Quecksilbers bei dieser Kälte oder beim *künstlichen Gefrierpunct* in 11124 gleiche Theile theilte, dass es sich in der Temperatur des gefrierenden Wassers um 32; in der des siedenden Wassers um 212, in der des siedenden Quecksilbers um 600 solcher Theile ausdehne. So entstand die Fahrenheitische Scale, wo also der Zwischenraum zwischen gefrierenden und siedenden Wasser 180 Theile hat.

§. 64. *Anmerkung.* *Reaumur* seszte o dahin, wo der mit Wasser verdünnte *Weingeist* in der Temperatur des gefrierenden Wassers steht. Er fand wenn er das Volumen des Weingeistes bey diesem *natürlichen Gefrierpunct* in 1000 Theile theilte, dass es sich in der Temperatur des siedenden Wassers um 80 solcher Theile ausdehne. So entstand die Reaumursche Scale, wo der Zwischenraum zwischen natürlichen Gefrier- und Siedepunct des Wasrers in 80 Theile getheilt ist. Für grössere Kälte, als die des gefrierenden Wassers, müssen bey dieser Scale noch Grade unter o seyn, die man als negative Grössen bezeichnen kann. Die jetzt *sogenannten* Reaumurschen Thermometer mit Quecksilber sind eigentlich keine Reaumurschen. Die Eintheilung, welche sich auf Ausdehnung des Weingeites bezieht, passt nicht für die Ausdehnung des Quecksilbers.

§. 65. *Anmerkung.* *De l' Isle* setzte o dahin, wo das Quecksilber in der Temperatur des siedenden Wassers steht. Er fand; wenn das Volumen des Quecksilbers bey dieser Hitze, in 1000 gleiche Theile getheilt würde, dass es sich bei der Temperatur des gefrierenden Wassers um 150 solcher Theile zusammenziehe. Daher die de l' Islische Scale.

§. 66. *Anmerkung.* Die erwähnten drei Scalen sind die gebräuchlichsten. Andere übergehen wir. Es gibt der verschiedenen Eintheilungen der Thermometer mehr, als nöthig und nützlich ist. Wir bemerken nur noch in Ansehung der drei obigen Scalen, dass *Fahrenheit* von *zwei* festen Puncten ausgieng, nemlich vom künstlichen Gefrierpuncte und Siedepunct, des Queksilbers; den Zwischenraum als *Fundamentalabstand* eintheilte, und nun untersuchte, wie viel solcher Theile auf das Volumen des Quecksilbers beym künstlichen Gefrieren giengen; man kann schon vermuthen dass er nicht die Zahl 11124 *erst* angenommen haben wird.

Reaumur und *de l' Isle* gingen rückwärts von *einem* festen Puncte aus, bestimmten das Volumen des Weingeistes oder Quecksilbers bei diesem Puncte, und hienächst die Grade in Tausend theilen, jenes Volumens.

§. 67. *Anmerkung.* *Fundamentalabstand* pflegt man jetzt gewöhnlich den Zwischen-

raum zwischen den Puncten am *Quecksilber-*thermometer zu nennen, wo es im *frierenden* und *siedenden* Wasser steht. Statt frierenden Wassers nimmt man auch zergehendes Eis, oder Wasser mit zerstossenen Eise vermischt. Wird dieser Raum in 180 Theile getheilt, so hat man die *Fahrenheitische* Scale, in 80, die *sogenannte Reaumursche*; in 150, die *de l' Islische*; in 100, die schwedische oder *Celsiussche*. In der That ist es gleichgültig, welcher Scale man sich bedienen will; auf das Verhältniss der Ausdehnung Rücksicht zu nehmen oder davon auszugehen, ist gar nicht nothwendig.

§. 68. *Anmerkung.* Von den Metallthermometern erwähnen wir hier nichts, weil sie hauptsächlich dienen, höhere Grade von Hitze zu bestimmen, als die Luft jemals annehmen kann; wir aber hier bloss in Beziehuug auf die Luft von der Wärme zu reden haben.

Bestimmung der Feuchtigkeit der Luft.

§. 69. *Erklärung.* *Hygrometer* oder auch *Notiometer*, nennt man Werkzeuge, die dazu dienen die Änderungen in der Feuchtigkeit und Trockenheit der Luft zu bestimmen.

§. 70. *Zusatz.* Diese Werkzeuge gründen sich auf die Erfahrung, dass einige Körper, z. B. gewundene Stricke, Darmsaiten, Papier, Holz, Elfenbein, Fischbein u. d. gl. durch die

feuchtere oder trocknere Beschaffenheit der Luft merklicke Veränderungen erleiden. Strikke nnd Darmsaiten drehen sich um sich selbst, und verkürzen sich, Papier dehnt sich nach allen Seiten hin, aus. Fichtenholz quillt der Quere nach auf u. s. w.

§. 71. *Anmerkung.* Die erste Idee von einem Hygrometer soll *Morgagni* ein italienischer Arzt gehabt haben. Nach ihm haben sich viele mit Verbesserung dieses Werkzeugs beschäftigt. *Molineux* in Dublin gründete das seinige auf Umdrehung der Saiten. Von der Art sind die gemeinen Hygroscope, wo eine Puppe mit einem Regenschirm feuchtes Wetter anzeigt, Verschiedene andere Einrichtungen übergehen wir, und bemerken nur die bessern, neuern Versuche.

§. 72. *Anmerkung.* *De Luc* brauchte zuerst einen kleinen hohlen Cylinder von Elfenbein, von beynahe 3 Zoll Länge, und $2\frac{1}{2}$ Linien im Durchmesser, worin eine 14 Zoll lange Glasröhre (wie die eines Thermometers) befestigt ist. Das Instrument wird wie ein Thermometer mit Quecksilber gefüllt, welches bey feuchter Witterung, wo der elfenbeinerne Cylinder ausgedehnt wird, sinkt, im Gegenfalle steigt. In der Folge bediente er sich eines dünnen Spans von Elfenbein und endlich zog er einen Fischbeinstreifen vor.

§. 73. *Anmerkung.* *Saussure* verfertigte sein Hygrometer von einem Menschenhaare, welches durch ein kleines Gewicht von 3 bis 4 Granen ausgespannt wird, sich bei feuchter Witterung verlängert, bei trockener verkürzt, und dadurch einen kleinen beweglichen Zeiger herumdreht.

§. 74. *Anmerkung.* *Lowitz* fand eine Art dünner bläulichter Thonschiefer, welche er in Astrachan am Ufer der Wolga antraf, sehr brauchbar zu Hygrometern. Diese Steine ziehen nehmlich die Feuchtigkeit sehr stark an sich, und lassen sie leicht wieder ausdünsten. Ihr Gewicht wird also bei feuchtem Wetter vergrössert, bei trockenem vermindert, und man kann wie beim Manometer den Ausschlag an einer empfindlichen Waage bemerken.

§. 75. *Anmerkung.* *Chiminello* Astronom zu Padua, schlug einen mit Quecksilber gefüllten Federkiel zum Hygrometer vor; welcher aber eben die Unvollkommenheiten hat, welche de Luc beim elfenbeinern Cylinder fand. Überhaupt sind diese Werkzeuge noch nicht so vollkommen, wie zu wünschen wäre.

Von Luftbällen.

§. 76. *Erfahrung.* Wenn man in einer etwa aus Papier verfertigten hohlen Kugel, von hinlänglicher Grösse die innere Luft durch

Hitze stark verdünnt; so steigt dieselbe in der äussern Luft in die Höhe.

§. 77. *Zusatz.* Die Ursache davon ist, weil die verdünnte Luft leichter ist, als die äussere, und doch durch die Wärme, Elasticität genug hat, um dem Eindringen der äussern zu widerstehen, und zu verhindern, dass letztere die Kugel nicht zusammendrücke.

§. 78. *Zusatz.* Das Aufsteigen einer hohlen Kugel gelingt daher auch mit einer Luftart, die leichter als die athmosphärische ist, und doch bei ihrer geringern Dichtigkeit hinreichende Elasticität, also grössere *specifische* Elasticität als die gemeine Luft hat. Unter den durch neuere Physiker entdeckten Luftarten oder *Gas*-Arten, hat die brennbare Luft, oder das brennbare G*as* (inflammable Luft) diese Eigenschaften. Die Luftart entwickelt sich unter andern aus Eisen in Vitriolsäure aufgelösst. Eine etwa aus überfirnisten Taft verfertigte Kugel, mit solchem Gas gefüllet, steigt daher in der gemeinen Luft auf.

§ 79. *Zusatz.* Das Gewicht der gemeinen Luft, welche von der Kugel aus der Stelle getrieben wird, muss grösser seyn, als das Gewicht der Materie, woraus die Kugel verfertigt ist, mit dem darin befindlichen Gas. Die Kugel steigt mit einer Kraft, die diesem Ueberschusse gleich ist.

§. 80. *Zusatz.* Ist der Ueberschuss (§. 79.) des Gewichts, der aus der Stelle getriebenen Luft über das Gewicht der Kugel gross genug, so kann man letztere noch mit einer Last beschweren, so dass also auch Menschen sich damit in die höhern Regionen der Luft erheben können.

§. 81. *Zusatz.* Die Kugel steigt unter den Umständen (§. 79; 80.) in der untern Luft in die Höhe. Da aber die athmosphärische Luft je höher, desto dünner wird, so wird dieses Aufsteigen mit immer verminderter Geschwindigkeit geschehen, und ganz aufhören, wenn die Kugel in eine Luftschichte angekommen ist, welche mit ihr gleiches specifisches Gewicht hat.

§. 82. *Zusatz.* Wenn die erhitzte Luft sich nach und nach erkältet, und dem Eindringen der äussern nicht mehr widersteht, das brennbare Gas aber durch die Materie, worin es eingeschlossen ist, hinausdringt, so sinkt die Kugel nach einiger Zeit von selbst zu Boden.

§. 83. *Erklärung.* Solche mit leichter Luft gefüllte Körper, die in der untern Athmosphäre auftseigen, nennt man *Luftbälle* oder Aerostaten; sie mögen übrigens eine kugelförmige oder jede beliebige Gestalt haben.

§. 84. *Anmerkung.* Die Luftbälle sind eine Erfindung der neuern Zeiten. Wenigstens ist es, soviel man weis, vorher dem

Menschen nie gelungen, sich in die Lüfte zu erheben, (welches ihm jetzt möglich ist,) obgleich schon längst Vorschläge dazu gethan wurden, die aber nicht ausführbar waren, z. B. die des Franz *Lana* und des Pater *Galien*. Die Entdeckung der verschiedenen luftförmigen Substanzen, gab zu der neuern Erfindung die erste Veranlassung.

D. *Black* in Edinburg hatte um das Iahr 1768 zuerst den Gedanken, dass eine Blase mit inflammabler Luft gefüllt, steigen würde, weil die grosse Leichtigkeit dieser Luftart im Iahr 1766 von *Cavendish* entdeckt war.

Cavallo fiel ebenfalls auf diesen Gedanken, und machte im Iahr 1782 (welches eigentlich das Iahr der Erfindung ist,) Versuche mit papiernen Kugeln und Schweinsblasen, die aber nicht gelangen. Seifenblasen aber stiegen.

Lichtenberg machte die Versuche mit Seifenblasen zuerst, in eben dem Iahre.

Stephan und *Ioseph Montgolfier*, Papierfabrikanten zu Annonay sind eigentlich die Erfinder der Luftbälle, die deshalb auch von ihnen *Montgolfieren* genannt werden. Zu ihren ersten Versuchen bedienten sie sich auch der inflammablen Luft, wie Cavallo, in der Folge aber, der durch Hitze verdünnten athmosphärischen Luft. Im Iahr 1782 im November, liess der ältere Montgolfier ein von Taft verfertigtes Parallelepipedum, dessen Inhalt 40 Cubikfuss

war, anfangs im Zimmer, und dann in freier Luft steigen. Der erste öffentliche Versuch aber geschah 1783 am 5ten Iunius mit einem Luftball von 35 Fuss im Durchmesser, der 450 Pfund wog, und überdem noch eine fast eben so grosse Last mit sich in die Höhe nahm.

Der Professor *Charles* zu Paris liess hierauf mit Hülfe der Gebrüder *Robert* 1783 den 27. August einen aus Taft verfertigten und mit Firniss von elastischem Harz überzogenen Ball, durch *brennbares Gas* steigen.

§. 85. *Anmerkung.* Seit diesen ersten Versuchen, die wie natürlich allgemeines Aufsehen erregten, sind dergleichen an vielen Orten zu wiederhohltenmalen nachgemacht worden; worunter wir nur folgende kürzlich erwähnen.

Pilatre de Rozier wagte es zuerst 1783 den 15 October mit einer Montgolfiere aufzusteigen, die jedoch noch an Striken festgehalten wurde. Ebendieser und der *Marquis d' Arlandes* machten 1783 den 21 November die erste Luftreise, wobei sie 25 Minuten in der Luft blieben, und einen Raum von 5000 Toisen zurücklegten. Die Maschine hatte 60000 Cubikfuss Inhalt, und trug eine Last, von mehr als 1600 Pfunden.

Blanchard der sich schon sonst mit mechanischen Versuchen zu fliegen beschäftigt hat-

te, wagte es 1785 den 7 Ianuar mit dem D. *Iefferies*, von England nach Frankreich durch die Luft über den Canal zu seszen. Die übrigen vielen Luftreisen, welche Blanchard nachher angestellt hat, haben weniger Merkwürdigkeit,

Pilatre de Rozier und *Romain*, unternahmen ebenfalls die Ueberfahrt über den Canal, 1785 den 15 Iunius. Allein ihre Maschine war schadhaft geworden, und sie stürzten nicht weit von Boulogne aus der Luft herab.

§. 68. *Anmerkung.* Über den Nutzen der Luftbälle ist hier nicht der Ort weitläuftig zu reden. Ohne Zweifel könnten sie zu Beobachtung des Zustandes der Athmosphäre, und mancherlei physicalischen Zwecken sehr brauchbar seyn. Zum Reisen nach bestimmten Richtungen hat man sie jetzt noch nicht eigentlich gebraucht, weil man die Lenkung noch nicht ganz in seiner Gewalt hat. In dem jetzigen Kriege haben die Franzosen die Luftbälle, wie Sachkundige behaupten, mit entschiedenem und sehr erheblichem Nutzen bei Belagerungen und Treffen angewendet.

§. 87. *Anmerkung.* Eben so wenig können wir hier die Verfertigung der Maschinen, ihre Einrichtung, je nachdem sie mit verdünnter, oder mit brennbarer Luft gefüllt werden, ferner die Art sie füllen, und die Mittel, sie willkührlich steigen und sinken zu lassen,

beschreiben ohne zu weitläuftig zu werden. Zur Lenkung bedient man sich einer Art von Ruder, womit man gegen die äussere Luft stöset. *Vallet* und *Alban* sollen hierin am glücklichsten gewesen seyn.

§. 88. *Aufgabe. Wenn die Materie, woraus der Luftball verfertigt, und die Luftart, womit er gefüllt werden soll, gegeben sind, die Grösse zu finden, die er haben muss, um sich in der Luft zu erhalten.*

Auflösung. Es sey die gesuchte Grösse = K Cubicfuss. Das Gewicht eines Cubicfusses der untern athmosphärischen Luft = a. Also das Gewicht der Luft, die von dem Balle aus der Stelle getrieben wird = aK.

Das Gewicht eines Cubicfusses der eingeschlossenen Luft sey = b, also das Gewicht der sämmtlichen Luft im Balle = bK.

Das Gewicht der Materie, woraus der Ball gemacht ist, nebst der Last, die er tragen soll, sey = p.

Mithin das sämmtliche Gewicht des Balles und der eingefüllten Luft = bK + p.

Es muss also für den Zustand des Gleichgewichtes seyn, $aK = bK + p$ oder $aK - bK = p$, also $K = \frac{p}{a-b}$.

Gesetzt der Ball soll keine weitere Last tragen als sich selbst, so ist p bloss das Gewicht des Zeuges. Ein Quadratfuss desselben wiege $= q$ und die Oberfläche sey $= f$, so ist

$$p = qf$$

$$\text{Also } K = \frac{qf}{a-b} \text{ und } \frac{K}{f} = \frac{q}{a-b}$$

Da nun (nach Geom. §. 371) $\frac{6K}{f} = d$ so ist auch hier $\frac{6q}{a-b} = d$ wo also der Durchmesser des Balles, wenn er eine Kugel seyn soll, gefunden ist.

§. 89. *Exempel.* Es sey $q = 2$ Loth, $a = 3$ Loth; $b = \frac{3}{4}$ Loth, so ist $d = \frac{12}{2\frac{1}{4}} = \frac{48}{9} = 5\frac{1}{3}$ Fuss.

§. 90. *Zusatz.* Ist aK grösser als $bK + p$, so steigt die Kugel mit einer Kraft, die diesem Überschusse gleich ist, §. 79. Dieser Überschuss oder dieses *Vermögen* der Maschine sey $= v$ also $v = aK - bK - p = K(a-b) - p$, wo wir auch unter p bloss das Gewicht des Balls an sich ohne zugefügte Last verstehen wollen.

§. 91. *Exempel.* Es sey $d = 20$ Fuss, also (nach Geom. §. 370) $f = 1257$ Quadratfuss, und (nach Geom. §. 369) $K = 4190$ Cu-

bicfuss: Ferner q = 2 Loth, also p = fq = 2514 Loth, und so wie oben a = 3 Loth, b = $\frac{3}{4}$ Loth, also a — b = $\frac{9}{4}$ Loth.

$$\text{So ist } v = \frac{4190 \cdot 9}{4} - 2514 = 6913\frac{1}{2}$$

Loth oder 216 Pfund und $1\frac{1}{2}$ Loth.

Soll nun der Luftball z. B. eine angehängte Last von 200 Pfund tragen, so steigt er noch mit einer Kraft von etwas über 16 Pfund von der Erde auf.

§. 92. *Anmerkung.* Verwickeltere Untersuchungen würden nicht für diesen Ort seyn. Über diese ganze Materie kann nachgesehen werden:

Gehlers physikalisches Wörterbuch, Artikel: Aërostat. wo man auch andere Schriften angegeben findet.

O P T I K.

Grundbegriffe.

§. 1. *Erklärung.* *Licht* ist dasjenige, was die Empfindung des Sehens in uns hervorbringt; *selbstleuchtende* Körper sind solche, die uns durch eignes Licht sichtbar werden, zum Beispiel die Sonne; *Dunkle* Körper sind solche, die uns nur dann sichtbar werden, wenn sie von jenen erleuchtet werden. *Durchsichtige* Körper sind solche, die das Licht durchlassen oder durch welche wir hindurch sehen können; *undurchsichtige* sind solche, wo dieses nicht statt findet. Glas, Wasser u. dergl. sind dunkle aber durchsichtige Körper; Holz und Metalle sind dunkle und zugleich undurchsichtige Körper.

§. 2. *Anmerkung.* Untersuchungen über die Natur des Lichts gehören in die Naturlehre. Nach *Newtons* Emanationstheorie besteht das Licht aus einer feinen Materie, welche aus den leuchtenden Körpern ausfliesst. Nach *Eulers* Theorie aber besteht es in einer zitternden Bewegung einer durch den ganzen Weltraum ausgebreiteten höchst feinen und flüssigen Materie, die man Äther nennen kann. Nach jener

Theorie würde das Gesicht Ähnlichkeit mit dem Geruche; nach dieser mit dem Gehöre haben.

§. 3. *Erfahrung.* Mit blossen Augen sehen wir nur nach geraden Linien; wir können einen Punct A Fig. 1. nicht sehen, wenn in der geraden Linie AO von demselben bis zu unserm Auge ein undurchsichtiger Körper sich befindet.

Mann kann sich also vorstellen, ein jeder leuchtender Punct sende nach allen Richtungen geradelinichte *Lichtstrahlen* aus. und man kann also einen Lichtstrahl durch eine gerade Linie bezeichnen.

§. 4. *Erklärung.* Die *Optik* im weitläuftigern Sinne ist die Lehre vom Lichte überhaupt in soferne sich Grössen dabei bestimmen lassen, im engern Sinne aber, nur insbesondere in so ferne das Licht sich nach geraden Linien ungehindert und ohne seine Richtung zu ändern fortpflanzt.

§. 5. *Erfahrung.* Wenn das Licht nur durch eine einzige sehr kleine Öffnung in ein übrigens finsteres Zimmer kommen kann, so bilden sich die Gegenstände, von denen Lichtstrahlen durch diese Öffnung kommen, an einer entgegenstehenden Wand in umgekehrter Lage ab.

Je kleiner die Öffnung ist desto deutlicher werden die Bilder. Bey einer grössern Öffnung

aber werden sie undeutlich und bei so grossen Öffnungen, wie eines Fensters, sind sie gar nicht mehr zu erkennen, weil auf einen Punct der Wand Strahlen von mehrern Puncten der äussern Gegenstände fallen.

Von der Stärke der Erleuchtung.

§. 6. *Lehrsatz. Die Stärken der Erleuchtung gleicher Flächen verhalten sich umgekehrt, wie die Quadrate ihrer Entfernung vom leuchtenden Puncte.*

Beweis I. Das Licht, welches von einem leuchtenden Puncte L auf eine ebene Fläche ABCD fällt, die eine beliebige Gestalt und Lage haben kann, ist in einem pyramidenförmigen Raum enthalten, wovon die Ebene ABCD die Grundfläche und L die Spitze ist. Man nehme diese Ebene hinweg und verlängere die Lichtstrahlen, welche auf dieselbe fielen, so werden sie, wenn man sie mit einer andern Ebene auffängt, die der vorigen parallell ist, alle auf eine der vorigen ähnliche Figur EFGH fallen, oder sie werden nun in einer Pyramide enthalten seyn, wovon EFGH die Grundfläche, ABCD ein mit der Grundfläche paralleler Durchschnitt und L die Spitze ist. Die Ebnen, welche von einerlei Menge Licht erleuchtet werden, verhalten sich also wie die Quadrate der Entfernungen vom leuchtenden Puncte.

II. Es sey die Menge Licht, welche auf ABCD fällt = l; gleich der, welche auf EFGH fällt, wenn jene Ebene weggenommen wird. Die Entfernung der ersten Ebene sey = e, der zweyten = ε. Also ist ABCD : EFGH = $e^2 : \varepsilon^2$. Rückt man die Ebene ABCD in die Ebene EFGH und nennt die Menge Licht, welche sie hier erhalten würde = λ, so wird sich verhalten λ : l = ABCD : EFGH, also auch λ : l = $e^2 : \varepsilon^2$.

§. 7. *Anmerkung.* Wenn ABCD ein Loch in einem undurchsichtigen Körper, zum Beispiel in einem Brette ist, welches man senkrecht zwischen einer Lichtflamme und der Wand hält; so wirft das, durch diese Öffnung scheinende Licht einen Schein EFGH auf die Wand, dessen Figur derjenigen ähnlich ist, welche die Öffnung hat, und dessen Grösse sich zu der Grösse der Öffnung verhält, wie die Quadrate der Entfernungen; zum Beispiel, wenn die Wand dreimal weiter von der Lichtflamme absteht als die Öffnung, so ist der erleuchtete Raum an der Wand neunmal grösser als die Öffnung. So kann man sich durch Erfahrung auch *davon* überzeugen, dass die Erleuchtung in eben dem Maasse abnimmt wie das Quadrat der Entfernung zunimmt. Ein Blatt Papier in einer dreifachen Entfernung so stark zu erleuchten als in der einfachen, müsste man nicht drei sondern neun Lichter anzünden.

§. 8. *Anmerkung.* Die Wissenschaft, die Stärke des Lichts zu messen, ist vorzüglich in

neuern Zeiten, von *Bouguer*, *Lambert*, *Karsten* und andern bearbeitet worden. Man nennt diesen Theil der optischen Wissenschaften, dessen wir hier bloss Erwähnung thun können, die *Photometrie*. M s. *Karstens* Lehrbegriff 8ter Theil.

§. 9. *Zusatz.* Wenn zwei oder mehr leuchtende Puncte anstatt des einen (§. 6.) gesetzt werden, und gleiche Ebenen in verschiedenen Entfernungen erleuchten; so gilt ebenfalls der Satz, dass sich die Erleuchtung umgekehrt, wie das Qnadrat der Entfernung verhalte; mithin auch dann, wenn ein ganzer leuchtender Körper z. B. die Sonne auf dunkle Körper scheint.

Vom Schatten,

§. 10. *Erklärung.* Wenn ein undurchsichtiger Körper, dessen äusserste Gränze ABCD Fig. 2. vorstellen mag, von einem leuchtenden Puncte das Licht auffängt, so entsteht hinter dem Körper, dass heisst, an der vom Lichte abgewandten Seite, ein Raum, wohin kein Licht von dem leuchtenden Puncte kommen kann, dieser heisst *Schatten*.

§. 11. *Zusatz.* Wenn das Licht von einem einzigen leuchtenden Punkte oder wenigstens von einem sehr kleinen leuchtenden Körper kommt, so hat der Schatten die Gestalt einer abgekürzten Pyramide, oder eines abge-

kürzten Kegels, letzteres nemlich, wenn der erleuchtete Körper rund ist. Ie weiter hinter dem Körper, in einen desto grössern Raum breitet sich der Schatten aus, und seine Länge ist unbegränzt.

§. 12. *Zusatz.* Wenn ein anderer Körper in diesen Raum gesetzt wird, so wird er entweder ganz, oder zum Theil von dem Körper, welcher den Schatten verursacht, verdunkelt. Der dunkle Raum, den der Schatten auf der Oberfläche des anderen Körpers verursacht; wird der *Schlagschatten* genennt.

§. 13. *Zusatz.* Menn mehr als *ein* leuchtender Punct oder ein ganzer leuchtender Körper einen dunkeln Körper bescheint, so wird von jedem der leuchtenden Puncte, die dem letzteren zugekehrt sind, Licht auf den dunkeln Körper fallen, und dieser wird so viele Schatten werfen, als leuchtende Puncte da sind. Wenn zum Beispiel L und P. Fig. 3. zwei leuchtende Punkte und AB ein dunkler undurchsichtiger Körper ist, so wird von dem Puncte L kein Licht in den sich unbegränzt hinter dem Körper erstreckenden Raum ABDG; und von P kein Licht in den Raum ABFE fallen können. Beide Räume haben ein Stück ABC gemeinschaftlich, wohin weder von L noch von P Licht kommen kann. Dieser Raum ABC heisst der *Kernschatten.* Die an ihm liegenden Schattenräume ACFE und BCGD heissen *Halbschatten,*

weil in jenen zwar nicht von P, aber wohl von L, und in diesen zwar nicht von L, aber wohl von P Licht fallen kann. In den unbegränzten Raum CFG kann von beiden leuchtenden Puncten wieder volles Licht fallen.

§. 14. *Zusatz.* Wenn wie in der 3. Fig. die Entfernung beider leuchtenden Puncte von einander LP, grösser ist, als der Durchmesser des dunkeln Körpers AB, (wobei wir LP parallell mit AB annehmen,(so ist der Kernschatten begränzt, und geht hinter dem dunkeln Körper in eine Spitze C aus, da wo sich nemlich die beiden äussersten Strahlen LG, und PF durchschneiden.

Wenn aber wie in der 4. Fig. LP = AB ist, so gehen die äussersten Strahlen LG und PF, welche den Kernschatten begränzen miteinander parallell, der Kernschatten geht folglich immer in gleicher Breite fort, und seine Länge ist unbegränzt.

Wenn endlich wie in der 5. Fig. LP kleiner als AB ist, so gehen die äussersten Strahlen LG und PF, welche den Kernschatten von der Seite begränzen, immer weiter auseinander, mithin hat der Kernschatten die Gestalt einer abgekürzten Pyramide, deren Länge unbegränzt ist.

§. 15. *Zusatz.* Setzt man statt zweier leuchtenden Puncte, die wir im vorigen annah-

men, einen ganzen leuchtenden Körper, zum Beispiel eine Kugel, deren Durchmesser LP ist, so gelten die obigen Sätze auch hier. Wird eine dunkle Kugel, deren Durchmesser AB ist, von einer leuchtenden Kugel beschienen, so ist der Kernschatten:

1) *Kegelförmig*, so dass die Spitze vom leuchtenden Körper abgewandt ist, in dem Falle, wenn die leuchtende Kugel grösser, als die dunkle ist.

2) *Cylinderförmig*, in dem Fall, wenn die leuchtende Kugel eben so gross, als die dunkle ist.

3) *Abgekürztkegelförmig*, so dass die Spitze dem leuchtenden Körper zugekehrt seyn würde, (wenn man die Gränzen der Schatten rückwärts nach dem leuchtenden Körper hin verlängerte), in dem Falle, wenn die leuchtende Kugel kleiner, als die dunkle ist.

§. 16. *Aufgabe. Die Halbmesser zweier Kreise AC und BD, und die Entfernung ihrer Mittelpuncte von einander, AB Fig. 6 sind gegeben; man suche die Lage einer geraden Linie CD, welche beide Kreise an einerlei Seite, von AB berührt.*

Auflösung. Es kömmt darauf an, den Winkel E zu finden, welchen die verlängerte Tangente mit der verlängerten Linie AB machen muss, oder auch den eben so grossen Winkel

ABN unter dem eine durch B mit der Tangente parallel gezogene Linie BN gegen AB geneigt ist.

Wenn CD eine Tangente seyn soll, so ist bei C mithin auch bei N ein rechter Winkel, und man hat im Dreyeck ABN, die Proportion AB : AN = sin. tot. : sin. ABN, worin AB bekannt ist, auch AN = AC — BD; mithin kann sin. ABN *berechnet* werden.

§. 17. *Zusatz.* Durch Zeichnung kann der Punct N, und mit ihm die Lage der Linie BN, folglich auch die Lage der Linie CD, folgendermaassen gefunden werden. Es muss bei N ein rechter Winkel seyn, und ferner muss AN dem Unterschiede beider Halbmesser gleich seyn. Man beschreibe also über AB einen Halbkreis, trage in denselben von A aus, eine Sehne = AC — BD, und ziehe BN, so ist bei N ein rechter Winkel. Verlängert man sodann AN bis an den Umfang des Kreises, so hat man den Punct C, durch welchen die Tangente mit BN parallel zu ziehen ist.

§. 18. *Zusatz.* Man kann auch zuerst AE durch die Proportion AN : AN = AC : AE berechnen, sodann über AE einen Halbkreis beschreiben, der den grössern Kreis in irgend einem Puncte C schneiden wird; so dass AC und CE einen rechten Winkel einschliessen, mithin CE die gesuchte Tangente ist.

§. 19. *Zusatz.* Man kann auch BE durch die Proportion AN : AB = BD : BE berechnen, sodann über BE einen Halbkreis beschreiben, der den kleinern in D schneidet, so dass BD und DE einen rechten Winkel einschliessen; mithin auch durch DE die Lage der Tangente bestimmt ist.

§. 20. *Zusatz.* Dass auf der andern Seite von AB die Lage der Tangente FG auf eben die Art gefunden werde, ist von selbst klar.

§. 21. *Zusatz.* Um die Lage einer Tangente CD zu finden, Fig. 7. welche die Linie AB durchschneidet, oder wo die Berührungspuncte C und D an verschiedenen Seiten von AB liegen; hat man in den ähnlichen Dreyekken, ACE und BDE die Proportion, BD : AC = EB : AE. Weil aber hier EB nicht bekannt ist, so mache man daraus folgende, BD + AC : AC = EB + AE : AE, wo die drei ersten Glieder bekannt sind, weil EB + AE = AB gegeben ist. Man beschreibe nun über AE einen Halbkreis; dieser schneidet den Umfang des grössern Kreises in C; wodurch die Lage der Linie CE bekannt ist. Oder man beschreibe über EB einen Halbkreis, der den kleinern Kreis in D schneidet, und ziehe DE, welche ebenfalls die gesuchte Tangente giebt.

§. 22. *Zusatz.* Der Winkel AEC oder BED, den hier die Tangente mit der Linie AB

macht, wird trigonometrisch folgendermaassen berechnet. Es ist AE:BE = AC:BD, also AE + BE : BE = AC + BD:BD oder AE + BE : AC + BD = BE : BD, aber es ist auch BE : BD = sin. sot. : sin. BED folglich auch AE + BE : AC + BD = sin. tot. : sin. BED.

§. 23. *Anmerkung.* Die Aufgabe §. 16, mit ihren Zusätzen, war hier als Lehnsatz beizubringen, weil sie zu der hier folgenden Aufgabe nothwendig ist.

§. 24. *Aufgabe. Von zwei Kugeln, deren eine leuchtend, die andere dunkel ist, sind die Halbmesser und die Entfernung ihrer Mittelpuncte gegeben. Man sucht die Grösse des erleuchtenden Stücks der ersten, und des erleuchteten Stücks der andern.*

Auflösung. Es sei Fig. 6. der Durchschnitt einer und eben derselben Ebne mit beiden Kugeln; wovon die grössere die leuchtende; die kleinere aber die dunkele sey. Es ist klar, dass die äussersten Strahlen, die von der leuchtenden Kugel auf die dunkle fallen können, Tangenten beider Kugeln seyn müssen, mithin in der Durchschnittsfigur die Linien CD und FG, solche zwei Strahlen bedeuten können. Dreht sich nun die Figur um AB, als um eine Achse, so beschreibt der Bogen CHF, das erleuchtende Stück der grössern Kugel, und der Bogen DIG, das erleuchtete Stück der

kleinen Kugel. Die Winkel CAH und DBI lassen sich nun nach obigen berechnen, folglich auch die Winkel CAF und DBG, oder die Bogen CHF und DIG, als die Doppelten der Bogen CH und DI.

Es ist nemlich AB : AN oder AB : AC — BD = sin. tot. : sin. ABN und CAH = 90° — ABN also der Bogen CHF = 180° — 2 ABN.

Ferner ist DBI = 180° — DBE = 180° — CAH, also der Bogen DIG = 360° — CHF.

§. 25. *Exempel.* Es sey der Halbmesser der grössern leuchtenden Kugel = 100; der Halbmesser der kleinern dunkeln Kugel = 1, und die Entfernung ihrer Mittelpuncte von einander = 22000, so ist die Rechnung folgende:

AB : AC — BD = sin. tot. : sin. ABN,

das ist 22000 : 99 = sin. tot. : sin. ABN,

log. sin. tot. = 10, 0000000

log. 99 = 1, 9956352

11, 9956352.

log. 22000 = 4, 3424227

log. sin. ABN = 7, 6532125

Also findet sich ABN = 15′ 28″

Und CHF = 180 — 2 ABN = 180° — 30′ 56″ = 179° 29′ 4″ für das erleuchtende Stück der grössern Kugel, und DIG = 360° — CHF = 360° — 179° 29′ 4″ = 180° 30′ 56″.

26. *Anmerkung.* Dieses Exempel §. 25, giebt ungefähr die Grösse des erleuchtenden Stücks der Sonne, und des erleuchteten Stücks der Erde an, wie in der Folge aus der Astronomie erhellen wird.

§. 27. *Zusatz.* Wenn also eine grössere leuchtende Kugel eine kleinere dunkle bescheint, so ist die erleuchtende Fläche der erstern, immer weniger als die Hälfte ihrer Oberfläche, und die erleuchtete Fläche der dunkeln Kugel ist immer mehr als die Hälfte ihrer Oberfläche.

§. 28. *Zusatz.* Gerade umgekehrt verhält es sich, wenn die kleinere Kugel die leuchtende, die grössere aber die dunkle ist; die grössere Kugel wird alsdann nicht ganz zur Hälfte erleuchtet, obgleich mehr als die Hälfte der kleinern Kugelfläche ihr Licht zusendet.

§. 29. *Zusatz.* Das Stück DIG in der 6ten Figur bekommt zwar Licht, aber nicht das *ganze* Stück bekommt Licht, von *jedem* Puncte des erleuchtenden Stücks der andern Kugel. Der Punct D zum Beispiel bekommt zwar noch einen Lichtstrahl von dem Puncte C; aber von solchen Puncten, die weiter nach H und F herunterliegen, kann D keinen Lichtstrahl mehr bekommen.

§. 30. *Zusatz.* Hingegen das Stück DIG in der 7ten Figur, welches von solchen Tangen-

ten abgeschnitten wird, die sich zwischen den beiden Kugeln durchkreutzen, kann von dem ganzen erleuchtenden Stücke CHF durchaus beschienen werden, und bekömmt also volles Licht. Das Stück CHF in der 7ten Figur, welches der andern Kugel *volles* Licht zuschicken kann, ist aber kleiner als das in der 6ten Figur, welches *überhaupt* der andern Kugel Licht zusenden kann.

§. 31. *Zusatz.* So wie für die 6te Figur, so können auch für die 7te die Bogen CHF und GID in Graden berechnet werden. Es war nemlich oben §. 22. AE + BE : AC + BD = sin. tot : sin BED, wodurch also BED = AEC gefunden wird. Ferner ist CAH = 90° — AEC und eben so auch DBI = 90° — BED. Also dieses verdoppelt = 180° — 2 BED giebt beide Bogen CHF und GID in Graden.

§. 32. *Zusatz.* Der Unterschied zwischen dem Stüke GID in der 6ten Figur, welches überhaupt von der andern Kugel Licht bekommen kann, und zwischen dem Stücke GID in der 7ten Figur, welches volles Licht bekommt, giebt eine Zone der dunkeln Kugel, welche im Halbschatten liegt. In der 8ten Figur, welche die beiden vorhergehenden zusammenfasst, ist DKG der Theil der dunkeln Kugel, welcher im vollen Schatten liegt, oder auf welchen von keinem Puncte der andern Kugel Licht fallen kann. DGdg ist die Zone die im Halbschatten liegt,

welcher nach dg hin immer schwächer wird, endlich dIg ist der völlig erleuchtete Theil.

§. 33. *Zusatz.* Wenn die grössere Kugel leuchtend, die kleinere dunkel ist, so ist der Kernschatten ein Kegel DEG, dessen Länge nach §. 19. berechnet werden kann. Es verhält sich nämlich AC — BD : AB = BD : BE. Für das Exempel §. 25. fände sich $BE = \frac{22000}{99} = 222\frac{2}{9}$.

Dieser Kernschatten ist von einem Halbschatten umgeben, der sich zwischen den Tangenten gO und dP immer weiter ausbreitet und dessen Länge nnbegränzt ist.

§. 34. *Zusatz.* Wenn man den Schatten mit einer auf BE senkrechten Ebene auffängt, deren Durchschnitt in der 8ten Figur durch die Linie OP angedeutet ist; so ist der auf dieser Ebene projicirte Kernschatten ein Kreis, dessen Halbmesser LM ist. Ist nun BL folglich auch EL bekannt, so hat man sin. tot. : tang. BED = EL : LM.

§. 35. *Zusatz.* Der auf diese Ebene projicirte Halbschatten umgiebt den projicirten Kernschatten concentrisch ringförmig, und es lässt sich der Halbmesser LO ebenfalls berechnen. Es ist nämlich sin. tot. : tang. OeL = eL : LO.

§. 36. *Anmerkung.* Die obigen Sätze finden vorzüglich ihre Anwendung in der Astrono-

mie bey den Verfinsterungen der dunkeln Welt-Körper.

§. 37. *Aufgabe. Wenn die Länge eines Körpers AB, und der Winkel C, den ein vom leuchtenden Puncte L durch A gehender Lichtstrahl mit dem Horizonte macht, gegeben sind, die Länge BC des auf den Horizont projicirten Schattens zu finden.*

Auflösung. Es ist tang. C : sin. tot. = AB : BC.

§. 38. *Zusatz.* Sind AB und BC gegeben, so findet sich umgekehrt der Winkel C.

Sind BC und C gegeben so findet sich die Höhe AB. Lezteres dient, eine Höhe durch den Schatten zu messen.

§. 39. *Zusatz.* Kömmt das Licht von mehreren leuchtenden Puncten, oder von einem ganzen leuchtenden Körper, wie etwa von der Sonne, so ist der Schatten kein genau abgeschnittener Kernschatten. Von dem obern Sonnenrande M können nemlich noch Strahlen nach D hin kommen; von dem untern Rande hingegen können keine Strahlen in den Raum DE kommen. Hier ist folglich BD der Kernschatten, weil dahin von keinem der leuchtenden Puncte ein Strahl hinfallen kann; und DE ist der Halbschatten.

§. 40. *Zusatz.* Dieser Halbschatten ist desto länger, je niedriger die Sonne steht, das

heisst, je kleiner die Winkel bei D; C; und E sind. Denn je kleiner *diese* Winkel desto *grösser* müssen die Winkel bei A werden, welche mit jenen 90° ausmachen. Nun sind aber BD und BE die Tangenten der Winkel BAD und BAE für den Halbmesser AB, und der Halbschatten DE ist der Unterschied dieser Tangenten. Der Unterschied der genannten Winkel, das heist der Winkel DAE bleibt zwar ungeändert, aber der Unterschied der Tangenten wächst sehr stark, weil die Tangenten selbs sehr stark wachsen, wenn ihre Winkel sich dem rechten Winkel nähern.

§. 41. *Anmerkung.* Der Schatten, den ein senkrechter Körper auf eine horizontale Ebne wirft, heist der gerade Schatten (umbra recta); der Schatten, den ein horizontaler Körper auf eine senkrechte Ebne wirft, heist der verkehrte Schatten; (umbra versa) In ältern astronomischen und geometrischen Schriften kommen diese Benennungen öfters vor.

Von der scheinbaren Grösse und Gestalt.

§. 42. *Erklärung.* *Scheinbare Grösse, scheinbarer Durchmesser, Sehewinkel* sind gleichbedeutende Ausdrücke. Man versteht darunter den Winkel AOB Fig. 10, welchen zwey gerade Linien AO und BO von den beiden äussersten Enden des Gegenstandes am Auge machen.

§. 43. *Zusatz.* Das Auge wird hiebei als ein Punct angenommen, oder O bedeutet die Mitte des Sterns im Auge. Da der Stern im Auge ein Kreis ist, so fällt von jedem Puncte des Gegenstandes zum Beispiel von A, nicht ein einziger Strahl sondern ein ganzer *Strahlenkegel* ins Auge, dessen Grundfläche der Stern des Auges und dessen Spitze in A ist. Der Strahl AO, der die Mitte des Sterns trifft, also die Axe jenes Strahlenkegels ist, heist der *Hauptstrahl.*

§. 44. *Zusatz.* Zwei Gegenstände AB und ab haben einerlei scheinbare Grösse wenn ihre Enden A; a; mit dem Auge in einer geraden Linie liegen, obgleich ihre wirkliche Grösse sehr verschieden seyn kann. Die wirklichen Grössen verhalten sich bei einerlei Sehewinkeln wie die Entfernungen der Gegenstände vom Auge. AB : ab = BO : bo.

§. 45. *Zusatz.* Es verhält sich, (den Gegenstand als senkrecht und die Linie von der untersten Gränze zum Auge als horizontal vorausgesezt), die wahre Grösse des Gegenstandes zu seiner Entfernung wie die Tangente der scheinbaren Grösse zu dem Sinus totus; AB : BO = Tang. AOB : sin. tot. So auch für den Gegenstand CD verhält sich CD : DO = Tang. COD : sin. tot.

Für den Sinus totus = 1 ist also tang. AOB $= \frac{AB}{BO}$ und tang. COD $= \frac{CD}{DO}$. Folglich

$$\text{tang. AOB} : \text{tang. COD} = \frac{AB}{BO} : \frac{CD}{DO}.$$

Die Tangenten der scheinbaren Grössen verhalten sich wie die wirklichen Grössen durch die Entfernungen der Gegenstände dividirt.

Auch ist tang. AOB : tang. COD = AB . DO : CD . BO, daher man den eben angeführten Satz auch so auszudrücken pflegt, die Tangenten der scheinbaren Grössen der Gegenstände stehen in einer Verhältniss, die zusammengesezt ist aus der ordentlichen Verhältniss der wirklichen Grössen und aus der verkehrten Verhältniss der Entfernungen.

§. 46. *Zusatz.* Sind die wirklichen Grössen zweier Gegenstände einander gleich, so verhalten sich folglich die Tangenten der scheinbaren Grössen umgekehrt, wie die Entfernungen oder die Entfernungen umgekehrt wie die Tangenten der scheinbaren Grössen.

§. 47. *Zusatz.* Sind die Entfernungen gleich, so verhalten sich die Tangenten der scheinbaren Grössen wie die wirklichen Grössen, oder die wirklichen Grössen wie die Tangenten der scheinbaren Grössen.

§. 48. *Zusatz.* Wenn die scheinbaren Grössen sehr klein sind, so kann man ohne merklichen Fehler in den obigen Proportionen die Sehewinkel oder scheinbaren Grössen selbst statt ihrer Tangenten setzen.

§. 49. *Zusatz.* Wenn die scheinbare Grösse AOB Fig. 11. sehr klein ist, so kann man auch ohne merklichen Fehler das Dreieck ABO als ein gleichschenklichtes ansehen, wenn man auch nicht gewiss ist, dass es im strengsten Verstande gleichschenklicht sey. Es ist sodann sin. tot. : sin. $\frac{1}{2}$ AOB = AO : $\frac{1}{2}$ AB, oder für den sinus totus = 1 ist sin. $\frac{1}{2}$ AOB = $\frac{\frac{1}{2}\text{AB}}{\text{AO}}$

§. 50. *Zusatz.* Bekanntlich sieht man Gegenstände endlich nicht mehr, wenn die scheinbare Grösse zu klein wird, das heist, wenn ihre Entfernung in Vergleichung mit ihrer wirklichen Grösse zu gross wird. Die Erfahrung lehrt, dass man einen Gegenstand nicht mehr sieht, wenn seine Entfernung mehr als etwa 5000 mal grösser ist als sein wahrer Durchmesser; zum Beispiel bei einer Allee die 5000 mal länger als breit ist, sieht man am Ende keine Breite mehr; sie scheint in einen Punct zusammenzulaufen. Indessen ist dieses nicht für alle Augen völlig einerlei; einige können einen Gegenstand unter kleinerm Gesichtswinkel noch bemerken, als andere.*)

---

*) Man muss hier nicht verwechseln: gut in die *Ferne* sehen, und *scharf* sehen. Ein Kurzsichtiger kann vielleicht einen nahen kleinen Gegenstand bemerken, der an seinem Auge einen kleinern Sehewinkel macht, als der entfernteste Gegenstand am Auge des Weitsichtigen.

§. 51. *Exempel.* Der Sehewinkel, der mit einer 5000 mal grössern Entfernung als der Durchmesser ist zusammengehört, findet sich aus §. 49. Wenn man den Durchmesser des Gegenstandes = 1 seine Entfernung = 5000 setzt, so ist

$$\begin{array}{rcl} \log.\ \text{sin. tot.} & = & 10{,}0000000 \\ \log.\ \frac{1}{2} = \log.\ 0{,}5 & = & 0{,}6989700 - 1 \\ \hline & & 9{,}6989700 \\ \log.\ 5000 & = & 3{,}6989700 \\ \hline \log.\sin.\tfrac{1}{2}\,\text{AOB} & = & 6{,}0000000 \end{array}$$

In Tafeln die auf einzelne Secunden berechnet sind, findet man den Logarithmen = 6,0015452 bei dem Winkel = $20\frac{7}{10}$ Secunden. Also AOB = 40 bis 41 Secunden.

§. 52. *Exempel.* Wenn man einen Menschen von gewöhnlicher Länge, dass heisst etwa von 5 Fuss, in einer Entfernung von etwa 4300 Fuss sieht, so kann man noch die Hanptttheile seines Körpers, Kopf u. s. w., hinlänglich unterscheiden. Es ist:

$$\begin{array}{rcl} \log.\ \text{sin. tot.} & = & 10{,}0000000 \\ \log.\ 2\frac{1}{2} & = & 0{,}3979400 \\ \hline & & 10{,}3979400 \\ \log.\ 4300 & = & 3{,}6334685 \\ \hline \log.\ \text{sin.}\ \frac{1}{2}\,\text{AOB} & = & 6{,}7644715. \end{array}$$

Dies giebt zunächst $\frac{1}{2}$ AOB = 2 Minuten, also AOB = 4 Minuten. Wenn der Kopf $\frac{1}{8}$

der ganzen Körperlänge ist, so sieht man denselben noch unter einem Winkel von $\frac{a}{8} = \frac{1}{2}$ Minute, so dass er noch allenfalls zu unterscheiden ist.

§. 53, *Zusatz.* Da zwei gerade Linien von den Endpuncten einer Sehne, nach jedem beliebigen Puncte des Kreisumfangs gezogen, gleiche Winkel am Umfange machen, so folgt dass allen Augen, die im Umfange des Kreises, an einerlei Seite der Sehne sich befinden, die Sehne unter gleichen Winkeln erscheine. Die Sitze der Zuschauer in den Theatern der Alten, waren dieser Bemerkung gemäss angelegt.

§. 54. *Zusatz.* Wenn OA Fig. 12. die Höhe des Auges über dem horizontalen Boden ist, und B; C; D u. s. w.; Punkte im Boden, die immer entlegener von dem Auge sind, so ist klar, dass die Winkel AOB; AOC; AOD u. s. w. immer grösser werden, je weiter die Puncte wegrücken; im Gegentheil die Winkel, welche die Linien OB; OC; OD u. s. w. mit der durch das Auge, mit AY parallelen Linie OZ machen, immer kleiner. Nun sey OY eine Linie, die nach einem so weit entlegenen Puncte geht, dass der Winkel YOZ kleiner als 40 Secunden ist; so würde eine Länge YZ, die der Höhe des Auges gleich wäre, nicht mehr zu unterscheiden seyn. oder Y würde dem Auge unmittelbar an Z zu liegen scheinen, Puncte die noch weiter als Y entlegen wären, und nach welchen Linien vom Augen hingezogen, zwi-

schen Y und Z durch gehen müssten, würde das Auge nicht mehr sehen. Wenn also ein Mensch auf einer vollkommenen Ebne stände, so übersähe er von dieser Ebne rings um sich her, einen kreisförmigen Raum, dessen Halbmesser AY etwa 5000mal so gross, als die Höhe seines Auges über der Ebne ist; letztere zu 5 Fuss angenommen, etwa 25000 Fuss, oder ungefähr eine geographische Meile. Weil aber wie in der Folge erhellen wird, die Oberfläche der Erde nicht eben, sondern gekrümmt ist, so übersieht man nur einen Kreis, dessen Halbmesser etwa $\frac{7}{10}$ Meilen beträgt. (M. s. Bode'ns Anleitung zur allgemeinen Kenntniss der Erdkugel. §. 272.)

Der Umfang, in dem der *Gesichtskreis* eingeschlossen ist, wird die *Gesichtsgränze* oder der *Horizont* genannt.

§. 55. *Anmerkung.* Aus der scheinbaren Grösse der Gränzen u. s. w., lässt sich die scheinbare Gestalt des Gegenstandes herleiten, so erscheint zum B. eine gerade Linie, in deren Verlängerung das Auge liegt, wie ein Punct. Eine Ebne in deren Verlängerung das Auge liegt, erscheint wie eine gerade Linie. Ein Kreis so angesehen, dass eine Linie vom Auge auf dessen Mittelpunct nicht senkrecht auf die Ebne des Kreises ist, erscheint wie eine Elipse. u. d, gl. Ein Mehreres hiervon lehrt die Perspectiv.

Von der scheinbaren Lage und Bewegung.

§. 56. *Erklärung.* Die scheinbare Entfernung zweier Puncte A und B von einander, ist der Winkel AOB Fig. 13, unter welchem ihre wahre Entfernung dem Auge in O erscheint.

§. 57. *Zusatz.* Es sey C ein bekannter punct in der Gesichtsgränze, dass folglich OC eine Linie von bekannter Lage ist; so ist die Lage eines jeden andern Punctes A oder B in der Ebne AOC bekannt, wenn man seine scheinbare Entfernung von C, und seine wahre Entfernung vom Auge weis.

§. 58. *Zusatz.* Über die wahre Entfernung AO eines Punctes vom Auge, könnte der blosse Anblick mit einem Auge eigentlich keine Gewissheit geben, zumal wenn der Augenstern ein Punct wäre, da das Auge wohl auf einerlei Art empfinden muss, der Strahl möchte aus A oder a kommen. Indessen sind wir doch durch verschiedene Mittel im Stande, den Unterschied der Entfernungen zu bemerken.

Wenn man auf einen Punct mit beiden Augen sieht, so richtet man beide Augenaxen, d. h. die auf die Ebne des Augensterns senkrechten Linien, nach diesem Puncte hin. Betrachtet man also den entferntern Punct A Fig. 14, so sind diese Linien unter einem kleinern Winkel OAQ gegen einander gerichtet, als wenn man den näher liegenden Punct a betrachtet, da

die Augenaxen den grössern Winkel OaQ miteinander machen.

Auch wird ein einziges Auge nicht ganz auf einerlei Art gerührt, wenn es Strahlen von ungleich entfernten Puncten empfängt, welches sich aber erst aus dem Bau des Auges erklären lässt, der in der Dioptrik beschrieben wird.

Überdem sind wir von Iugend aufgewöhnt, aus scheinbarer Grösse, Farbe u. s. w. auf die Entfernung ganzer Gegenstände zu *schliessen*, welche Schlüsse uns so geläuffig werden, dass wir sie kaum von der sinnlichen Empfindung zu trennen vermögen.

§. 59. *Zusatz.* Sind aber die Entfernungen der Puncte vom Auge sehr gross, so ist der Unterschied der Richtungen der Augenaxen nicht mehr merklich, und auch die übrigen Mittel, deren im vorigen §. Erwähnung gethan wurde, verlassen uns, daher wir dann vom Unterschiede der Entfernungen nichts wahrnehmen können; wie dies der Fall bei den Himmelskörpern ist. Sind also die Puncte A; B in der 13ten Figur sehr weit entfernt, so scheinen uns ihre Entfernungen OA; OB, gleich zu seyn; alle solche Puncte erscheinen uns daher in der kreisförmigen Gesichtsgränze, wovon das Auge der Mittelpunct ist.

§. 60. *Zusatz.* Die Stelle eines Punctes D, der nicht in der Ebne AOC liegt, wird be-

stimmt, wenn man von demselben eine auf die genannte Ebne senkrechte Linie DE ziehet, und alsdann die Winkel DOE und COE angiebt. Der Winkel DOE ist die scheinbare Entfernung des Punctes D von der Ebne. Der Punct E heisst die auf die Ebne *reducirte* Stelle des Objektes D. Der Winkel COE ist die scheinbare Entfernung der reducirten Stelle von dem als bekannt angenommenen Puncte C.

§. 61. *Erklärung.* Ein Auge in O Fig. 13, sieht den Gegenstand B unter der scheinbaren Entfernung COB von der Linie CO. Ein Auge in einem andern Orte Q, sieht denselben unter der scheinbaren Entfernung CQB. Der Unterschied dieser beiden Winkel COB und CQB, oder welches einerlei ist, der Winkel OBQ, den die Linien von beiden Standpuncten nach dem Gegenstande gezogen miteinander machen, heisst die *Parallaxe*, und das Dreyeck OBQ heisst das *parallactische Dreyeck.*

§. 62. *Zusatz.* Die Parallaxe wird um desto kleiner, je grösser die Entfernung des Gegenstandes vom Auge in Vergleichnng mit der Entfernung beider Standpuncte des Auges wird; denn je grösser OB ist, desto grösser wird auch der gegenüberstehende Winkel OQB, mithin desto kleiner die Parallaxe OBQ. Jeweiter der Gegenstand wegrückt, desto mehr nähern sich die Linien OB und QB der pa-

rallelen Lage, und wenn endlich die Entfernung des Gegenstandes, in Vergleichung mit der Entfernung der Standpuncte des Auges unendlich gross wird, so sind OB und QB als völlig parallel anzusehen.

§. 63. *Zusatz.* Wenn OQ nebst den Winkeln an O und Q mithin auch die Parallaxe gegeben sind, so lässt sich daraus die Entfernung des Gegenstandes durch trigonometrische Berechnung finden.

Umgekehrt, wenn die Entfernung des Körpers OB, die Entfernung der Stellen des Auges voneinander OQ, nebst dem Winkel O gegeben sind, so findet sich daraus die Parallaxe.

Und endlich wenn OB nebst zweyen Winkeln gegeben sind, findet sich OQ.

§. 64. *Exempel.* Es sey OQ = 860, der Winkel bei O ein rechter Winkel, und die Parallaxe = 57', man suche QB; es verhält sich sin. B: sin. tot. = OQ : QB

log, OQ	=	2,9344985
log. sin tot.	=	10,0000000
		12,9344985
log. sin. B.	=	8,2195811
log. QB	=	4,7149174
QB	=	51870

welches, wie aus der Astronomie erhellen wird, ungefähr die Entfernung des Mondes von der

Erde in geographischen Meilen ist, wenn man 860 Meilen für den Halbmesser der Erde annimmt.

§. 65. *Erklärung.* Die *scheinbare Bewegung* eines Gegenstandes ist die Änderung seiner scheinbaren Entfernung von einem als ruhend angenommenen Puncte, dessen Lage bekannt ist. Wenn C ein bekannter Punct in der Gesichtsgränze ist, Fig. 15, und der Gegenstand sich von A nach B in der Ebne COA bewegt, so geschieht seine scheinbare Bewegung für das in O in Ruhe befindliche Auge, durch den Winkel AOB.

§. 66. *Zusatz.* Bleibt der Gegenstand nicht in der Ebne COA, indem er sich fortbewegt, so wird nicht nur seine scheinbare Entfernung von C in der genannten Ebne, sondern auch seine Entfernung von dieser Ebne verändert.

§. 67. *Zusatz.* Dem Auge kann es scheinen, als ob ein Punct A sich bewege, obgleich dieser wirklich in Ruhe bleibt, wenn nemlich das Auge selbst sich von O nach Q bewegt, ohne dass er sich seiner Bewegung bewusst ist, (welches dann statt findet, wenn die das Auge umgebenden Dinge einerlei Lage gegeneinander behalten,) so sah es anfangs den Punct A nach der Richtung OG, und nachher nach der Richtung QH. Der Gegenstand

scheint sich also durch den Winkel GAH oder durch den Bogen GH in der Gesichtsgränze bewegt zu haben.

§. 68. *Zusatz.* Wenn ferner der Gegenstand sich aus A nach B; das Auge aber in eben der Zeit von O nach Q bewegt, ohne sich seiner Bewegung bewusst zu seyn; so glaubt das Auge, welches anfangs den Gegenstand in der Linie OA sahe, denselben in der (mit jener parallelen) Linie QE gesehen zu haben; weil es glaubt, schon gleich anfangs in Q gewesen zu seyn. Wenn nun der Gegenstand in B angelangt ist, so wird er vom Auge in der Linie QF gesehen, und scheint sich also durch den Winkel EQF bewegt zu haben, da er wirklich von A nach B gegangen ist.

§. 69. *Zusatz.* Ist der Unterschied der Entfernungen des Objects vom Auge nicht bemerkbar, so wird das Object in dem Falle §. 65 einen Kreisbogen AD zu durchlaufen scheinen, so dass $OD = OA$ und in dem Falle §. 68 der Kreisbogen EF, so dass $QE = QF$ und beides $= OA$ gesetzt wird.

§. 70. *Zusatz.* Eine Bewegung kann so langsam seyn, dass das Auge sie nicht bemerkt, z. B. die des Stundenzeigers einer Uhr, die der Himmelskörper in der täglichen Bewegung, obgleich leztere in einer Secunde Zeit, einen Bogen von 15 Secunden durchlaufen.

§. 71. *Zusatz.* Ein entfernter Gegenstand bewege sich durch den Raum CD, ein anderer näherer Gegenstand in derselben Zeit durch den Raum AB. Die scheinbare Bewegung AOB des nähern Gegenstandes kann nun für das in O ruhende Auge grösser seyn, als die scheinbare Bewegung COD des entfernteren Gegenstandes, der nähere kann sich also geschwinder zu bewegen scheinen als der entferntere, obgleich es sich mit ihrer *wirklichen* Bewegung gerade umgekehrt verhält.

§. 72. *Anmerkung.* Erscheinungen, wie die im obigen erwähnten (§. 67 bis 70) wo es uns scheint, als ob ein ruhender Körper in Bewegung, ein bewegter in Ruhe sey, oder als ob ein Körper sich nach einer andern Richtung bewege als er wirklich thut; oder sich mit gleicher oder grösserer Geschwindigkeit bewege, als ein anderer da er sich doch in der That langsamer bewegt, dergleichen Erscheinungen nennt man Gesichtsbetrüge (fallacias opticas.)

Wir haben täglich Gelegenheit dergleichen an den Himmelskörpern wie auch an Körpern auf der Erde zu bemerken. Die Sonne und alle übrigen Weltkörper scheinen sich täglich um die Erde zu bewegen, obgleich es wirklich die Erde ist, welche sich um ihre Axe dreht. Wenn wir in einem Wagen oder Schiffe schnell fahren, so scheinen die Gegenstände uns entgegenzukommen und bei uns vorbei zu gehen;

und zwar die näherliegenden Gegenstände schneller als die entfernten. Die an der Gesichtsgränge endlich zum B. der Mond am Horizonte, oder ein weit entfernter Berg oder dergl. scheinen gegen uns ihre Lage nicht merklich zu verändern.

§. 73. *Anmerkung.* Es gilt bei der scheinbaren Bewegung übrigens eben das, was schon oben bei der scheinbaren Entfernung erwähnt ist, dass wir nämlich mit der sinnlichen Vorstellung sogleich Urtheile verbinden, die uns so geläufig werden, dass wir uns derselben oft nicht einmal deutlich bewust sind. Wissen wir z. B. dass ein Körper C Fig. 16 entfernter sey als A, so schliessen wir oft, dass jener sich (wie es hier wirklich der Fall ist) geschwinder bewege als dieser, obgleich die scheinbare Bewegung durch den Winkel COD kleiner ist als die durch AOB. Oft aber trügen auch diese Schlüsse wiederum. Das Gesicht ist unter allen Sinnen derjenige, der am meisten täuscht.

Die Perspectiv.

§. 74. *Erklärung.* Die *Perspectiv* lehrt, Gegenstände auf einer Ebene so abzubilden, wie sie dem Auge aus einem gegebnen Standpuncte erscheinen.

Wenn ein Gegenstand z. B. ein Dreieck, ABC Fig. 1. von dem Auge in O betrachtet wird, so erscheint es dem Auge wie ein Dreieck a b c,

welches auf einer Ebene FGH so gezeichnet wäre, dass die Winkelpuncte a; b; c; gerade da lägen, wo die geraden Linien OA; OB; OC; vom Auge nach den Winkelpuncten des Gegenstandes, die Ebne durchbohren. Die Ebne FGH wird hier schlechthin die Tafel; und das Bild abc auf der Tafel wird die *Projection* des Gegenstandes ABC genannt. Die Linie FG, wo die Tafel den Boden oder die *Grundfläche* schneidet, heist die *Fundamentallinie*.

§. 75. *Zusatz.* Die Projection einer geraden Linie, wie AB, ist auch eine gerade Linie a b, denn die Projection ist der Durchschnitt der Ebne OAB mit der Tafel. Der Durchschnitt zweier Ebnen aber ist eine gerade Linie.

§. 76. *Zusatz.* Von der Lage des Auges und der Tafel hängt begreiflich die Gestalt des Bildes oder der Projection ab. Gewöhnlich nimmt man die Tafel senkrecht auf der Grundfläche an.

§. 77. *Zusatz.* Wenn die gerade Linie AB mit der Tafel parallel ist, so ist auch das Bild a b mit AB parallel; denn wenn AB die Tafel nirgends berührt, so kann sie auch eine darin befindliche Linie a b niemals berühren, obgleich diese Linie a b mit der AB in einer Ebne AOB befindlich ist.

§. 78. *Zusatz.* Steht nun die Tafel senkrecht auf der horizontalen Grundfläche, so ist

das Bild einer auf die Grundfläche senkrechten Linie DE ebenfalls eine auf die Grundfläche senkrechte Linie de; also auch de auf die Fundamentallinie senkrecht.

§. 79. *Erklärung.* Vom Auge eine senkrechte Linie OR auf die Tafel gezogen, heist der Abstand oder die *Distanz des Auges*, und der Punct R wo diese Linie die Tafel trifft, heist der *Augenpunct.* Vom Auge eine senkrechte Linie OS auf die Grundfläche gezogen, heist die *Höhe des Auges* und S der *Fusspunct.* Zieht man ferner auf der Tafel, die wir hier und in der Folge immer als senkrecht auf die Grundfläche annehmen, von R eine senkrechte Linie RT auf die Fundamentallinie, so geht diese mit OS parallel und heist die *Verticallinie des Auges*, so wie die Ebne ORTS die *Verticalebne des Auges.* Eine Linie HZ, durch den Augenpunct R mit der Fundamentallinie FG parallel gezogen, heist die *Horizontallinie* und die Ebne OHZ als *Horizont des Auges* zum Unterschiede von der Grundfläche, welche auch der Horizont genennt wird.

§. 80. *Aufgabe. Die Lage einer geraden Linie AB Fig. 2 ist nebst der Lage des Auges gegeben, man sucht die Lage ihres Bildes auf der Tafel.*

Auflösung. Man verlängere die gegebne Linie bis an die Tafel, wo sie in C eintrifft,

sodann ziehe man durch das Auge eine gerade Linie OP mit CB parallel, welche die Tafel in P trifft. Ziehe endlich die Linie CP, diese giebt gesuchte Lage des Bildes.

Beweis. Das Bild sey ab; dieses liegt in dem Durchschnitte der Ebne AOB mit der Tafel. Der Punct C liegt nun in diesem Durchschnitte, denn er liegt in der Tafel, und in der Ebne AOB weil er in der verlängerten Linie BA liegt. Der Punct P aber liegt ebenfalls in diesem Durchschnitte, denn er liegt in der Tafel, und auch in der Ebne AOB, weil OP durch O mit AB parallel geht. Also liegt die Linie CP im Durchschnitte der Ebne AOB mit der Tafel, worin auch ab liegen muss.

§. 81. *Zusatz.* Das Bild eines Punctes C, der unmittelbar an der Tafel liegt, ist in C selbst; je näher ein Punct A an C ist, desto näher ist auch sein Bild a an C, und je weiter ein Punct wie etwa D von C wegrückt, desto weiter rückt auch sein Bild auf der Tafel in der Linie CP von C weg.

§. 82. *Zusatz.* Wäre ein Punct D in der Linie CD unendlich weit von C entfernt, so würde die gerade Linie von O nach diesem unendlich entfernten Punct mit der Parallellinie OP einen unendlich kleinen Winkel machen, und das Bild d würde folglich unendlich nahe an P fallen.

§. 83. *Zusatz.* Eine andere Linie EF sey mit CD parallel und treffe die Tafel in F. Die Linie OP ist, da sie mit CD parallel ist, auch mit EF parallel, mithin ist die Lage des Bildes von EF durch die Linie FP bestimmt. Wäre also E ein unendlich weit entfernter Punct, so würde sein Bild e unendlich nahe an P fallen.

§. 84. *Zusatz.* Eben das gilt nun für jede andere mit CD und EF parallele Linie, wie GH deren Bild in der Lage HP auf der Tafel liegt, und wo das Bild g eines unendlich entfernten Punctes G ebenfalls unendlich nahe an P fällt.

Die Bilder d; e; g; fallen also alle unendlich nahe bei P, daher kann man sagen, die Bilder paralleler unendlich verlängerter Linien laufen in den Punct P zusammen, wo die mit ihnen durch das Auge gezogene Parallellinie die Tafel trifft.

§. 85. *Zusatz.* Wenn die Linie NE. Fig. 3. auf die Tafel senkrecht ist, so trifft die mit ihr durch das Auge parallel gezogene Linie in den Augenpunct R.

Für jede andere mit NE parallele Linie gilt eben das; folglich müssen die Bilder aller auf die Tafel senkrechten Linien verlängert in den Augenpunct zusammenlaufen.

§. 86. *Zusatz.* Wenn man eine solche Linie in gleiche Theile theilt wie AB; BC u s.w. welches etwa Fusse bedeuten mögen, so werden auf der Linie NR, welche man die *Vertiefungs-*

linie nennen kann, die Bilder jener gleichen Theile oder die perspectivischen Fusse ab; bc u. s. w. nach und kleiner, so wie sie nach R hinaufrücken.

§. 87. *Zusatz.* Wenn aber eine horizontale Linie AD; Fig. 4. welche mit der Tafel parallel ist oder eine senkrechte Linie DG, die also auch mit der Tafel parallel ist in gleiche Theile AB; BE u. s. w. getheilt wird, so sind die Bilder derselben ab; bc u. s. w. zwar kleiner als jene Theile aber doch untereinander gleich.

§. 88. *Aufgabe. Die Lage des Auges und eines Punctes K. Fig.* 5. *in der Grundfläche ist gegeben, man sucht die Stelle des Bildes auf der Tafel durch Linien, welche bloss auf der Tafel gezogen werden.*

Auflösung. KN sey die senkrechte Entfernung des Punctes K hinter der Tafel. Man trage diese auf die Fundamentallinie nach M also, dass NM = NK

Ferner trage man die senkrechte Entfernung OR des Auges vor der Tafel auf die Horizontallinie nach der entgegengesetzten Seite nach W, also dass RW = RO.

Man verbinde die *Distanzpuncte* M und W durch eine gerade Linie MW. Wo diese *Durchschnittslinie* MW die Vertiefungslinie schneidet, in k, da ist die Stelle des Bildes.

Beweis. Dass k in der Vertiefungslinie NR liege ist aus obigem klar; es ist also hier noch zu beweisen, dass die Distanzpuncte W und M mit dem Bilde des Punctes K in gerader Linie liegen müssen. Dieses erhellet folgendermaassen.

Da OR parallel mit KN, so sind in den Dreiecken ORk und KNk die Winkel bei R und N als Wechselswinkel einander gleich, so auch die Scheitelwinkel bei k; folglich sind die genannten Dreiecke ähnlich, und es verhält sich OR : Rk = KN : Nk.

Aber es ist OR = RW und KN = NM, folglich verhält sich auch RW : Rk = NM : Nk.

Überdem sind in den Dreiecken RWk und NMk, welche auf der Tafel liegen, die Winkel bei R und N einander gleich, weil RW und NM Parallellinien sind. Folglich sind auch diese Dreiecke RWk und NMk ähnlich, und die Winkel einander gleich.

Folglich müssen kW und kM in einer geraden Linie liegen.

§. 89. *Zusatz.* Nk ist die Projection oder das Bild der auf die Fundamentallinie senkrechten Linie NK oder die *perspectivische Vertiefung* des Punctes K.

§. 90. *Zusatz.* Die Projection einer gegen die Tafel, unter einem schiefen Winkel geneigten Linie QN in der Grundfläche, wird

auf ähnliche Art erhalten. Es sey OP parallel mit QN. Man mache PV = PO, und NG = NQ ziehe PN und GV. Da wo diese Linien sich durchschneiden, in q, ist das Bild des Punctes Q und Nq ist die Projection von NQ.

Denn das q in der schiefen Vertiefungslinie NP liegen müsse, ist aus Obigen klar, und es ist hier nur noch darzuthun, dass die Distanzpuncte V und G mit q in einer geraden Linie liegen. Wegen Ähnlichkeit der Dreiecke DPq und QNq ist OP : Pq = QN : Nq, aber OP = PV und QN = NG. Also ist auch PV : Pq = NG : Nq. Überdem sind in den Dreiecken PVq und NGq, die Wechselswinkel bei P und N einander gleich, folglich die genannten Dreiecke ähnlich, und die Winkel bei q einander gleich, folglich liegen Vq und qG in einer und ebenderselben geraden Linie.

§. 91. *Zusatz.* Die Entfernung des Punctes P in der Horizontallinie von dem Augenpuncte R, ist gleich der Cotangente des Winkels, welchen die Linie QN mit der Fundamentallinie macht, wenn die senkrechte Entfernung des Auges von der Tafel OR als Halbmesser angenommen wird. Denn der erwähnte Winkel ist gleich dem Winkel OPR; aber im Dreiecke OPR ist bei R ein rechter Winkel, mithin O die Ergänzung zu 90° von P. Wenn man nun mit dem Halbmesser OR einen Kreis beschreibt, wovon RI einen Bogen vorstellt, so ist RP die

Tangente des Winkels O, folglich die Cotangente des Winkels P, oder des Winkels, den QN mit der Fundamentallinie macht.

§. 92. *Aufgabe. Die Projection einer auf der Grundfläche senkrechten Linie QL zu finden.* Fig. 6.

Auflösung. Erstlich suche man die Projection des Punctes Q in der Grundfläche, indem man die *Distanzlinien* PV = PO und NG = NQ macht, und die Durchschnittslinie VG zieht, welche die Vertiefungslinie NP in q schneidet.

Sodann richte man die senkrechte Höhe QL in N auf der Tafel auf, also dass ND = QL, und ziehe von D nach P eine gerade Linie.

Endlich richte man in q eine senkrechte Linie auf, welche die Linie DB in l schneidet, so ist ql die Projection, oder das Bild von QL.

Beweis. Was den Punct q betrift, so ist hier nicht mehr nöthig zu zeigen, dass er die Projection von Q sey; folglich ist über die *Stelle* des Bildes kein Zweifel, dass ql ferner *senkrecht* seyn müsse, ist auch schon oben §. 78. gezeiget. Es ist also nur noch zu beweisen, dass ql auch die gehörige *Grösse* habe. Es muss sich verhalten, QL : ql = OQ : Oq. Auf der Tafel aber ist DN : ql = PN : Pq. In den ähnlichen Dreiecken OPq und QNq ist nun PQ : Oq = NQ : Qq oder auch Pq : Nq = Oq : Qq,

folglich auch Pq + Nq : Pq = Oq + Qq : Oq oder PN : Pq = OQ : Oq.

Also DN : ql = OQ : Oq, oder da DN = QL ist, QL : ql = OQ : Oq, wie es seyn muste. Folglich hat ql die gehörige Grösse.

§. 93. *Zusatz.* Da nun gezeigt ist, wie die Projectionen von Puncten in der Grundfläche und über der Grundfläche gefunden werden, so können nun auch ganze Figuren so wohl ebne in der Grundfläche liegende, als körperliche projicirt werden, indem man die Projectionen ihrer Gränzpuncte sucht. Es gibt dabei zweierlei Verfahrungsarten, nemlich entweder durch Hülfe eines unter der Fundamental- oder auch über der Horizontallinie gelegten *Grundrisses* oder ohne Grundriss. Letztere Art nennt man die *freie Perspectiv.*

§. 94. *Anmerkung.* Eine ausführliche Beschreibung des Verfahrens und der Handgrilfe bei perspectivischen Zeichnungen kann hier nicht statt finden, indessen können die 7te 8te 9te und 10te Figur als Beispiele dienen; nach welchen man ähnliche zu verfertigen, ohne grosse Mühe im Stande seyn wird. Die 7te und 8te enthalten Projectionen nach einem Grundrisse; die 9te und 10te aber sind nach der freien Perspectiv gezeichnet. Wir wollen eine kurze Erläuterung über diese Figuren hinzufügen.

§. 95. *Anmerkung.* In der 7ten Figur ist ein in der Grundfläche liegendes Quadrat

ABCD, dessen Diagonale BD senkrecht gegen die Fundamentallinie liegt, perspectivisch gezeichnet. Der Grundriss ist unter die Fundamentallinie gelegt, und von den Winkelpuncten sind senkrechte Linien AN; BN; CN; DN auf die Fundamentallinie gezogen. Sodann sind von jedem N nach dem Augenpuncte R, in der Horizontallinie die Vertiefungslinien (oder wie einige Schriftsteller sie auch zu nennen pflegen, Gesichtslinien) NR; NR; NR gezogen. Die Distanz des Auges ist von R linker Hand auf der Horizontallinie nach W hingetragen. Die Distanzen der Puncte des Gegenstandes jedesmal von dem einem Puncte zugehörigen N rechter Hand auf der Fundamentallinie nach A B und D. Die Entfernung des Punctes C war nicht nöthig aufzutragen, weil dieses Punctes Projection sich schon dadurch findet, dass er in *einer* mit der Fundamentallinie parallelen Linie liegt, worin die Projection des Punctes A befindlich ist. Aus den Distanzpuncten des Gegenstandes A; B; D auf der Fundamentallinie sind nun die Durchschnittslinien AW; BW; DW nach dem Distanzpunct des Auges W gezogen; wodurch sich die Puncte a; b; d, ergeben, wie auch c, indem man die Vertiefungslinie NR, mit einer mit der Fundamentallinie parallelen Linie durchschneidet. Endlich sind a; b; c; d; durch gerade Linien verbunden, welches die Projection des ganzen

Quadrats giebt. Bei krummlinichten Figuren z. B. bei einem Kreise sucht man die Projection einiger Puncte des Umfangs, und zieht den Umfang aus freier Hand.

§. 96. *Anmerkung.* Die 8te Figur stellt die Projection eines senkrechten Parallelepipedums dar, dessen Grundfläche der Grundriss ABCD unter der Fundamentallinie zeigt. Diese Grundfläche ist auf eben die Art projicirt, wie das Quadrat in der vorigen Figur. Die Höhe des Parallelepipedums ist NE, welche auf der Fundamentallinie in N senkrecht aufgerichtet ist. Von E nach R ist eine gerade Linie gezogen, und aus a und d sind senkrechte Linien bis an ER aufgerichtet, wodurch also die Kanten des Parallelepipedums a e und d g bestimmt sind. Durch e und g Parallelinien mit der Fundamental- oder Horizontallinie gezogen, und mit senkrechten Linien, aus b und c aufgerichtet, dnrchschnitten geben die Puncte f und h, wodurch denn die Projection des ganzen Parallelepipedums vollendet ist.

§. 97. *Anmerkung.* Bei grössern Zeichnungen würde es unbequem seyn, den Grundriss unter die Fundamentallinie zu legen; daher man hier nach der freien Perspectiv verfährt, wovon Fig. 9 ein Beispiel für *den* Fall darstellt, wenn die zu projicirenden Linien, theils senkrecht gegen die Tafel, theils parallel mit dersel-

ben sind. Die Zeichnung enthält den Umriss eines perspectivisch abgebildeten Gebäudes, und einer Reihe Bäume, die in gerader Linie, und in gleicher Weite von einander stehen. Das Verfahren ist hier folgendes. Nachdem zuvörderst der Rand oder die Einfassung der Zeichnung, wie gewöhnlich in Form eines Rechtecks, verfertigt ist, wird ein verjüngter Maassstab gemacht, nach welchem die beiden senkrechten Seiten der Einfassung, in Ruthen, Fusse u. s. w. eingetheilt werden. In der gegebenen Höhe des Auges, die hier 20 Fuss angenommen ist, wird die Horizontallinie mit der Fundamentalinie, welche die unterste Seite der Einfassung ist, parallel gezogen, und in derselben der Augenpunct R angenommen, so ist RT die Vertikallinie des Auges, und T der Fusspunct auf der Tafel. Von T aus wird die Fundamentallinie ebenfalls in Fusse, nach dem verjüngten Maassstabe eingetheilt, Die Distanzlinie des Auges RW wird zu beiden Seiten von R auf die Horizontallinie getragen, indem es bequemer ist für die Gegenstände rechter Hand, das W, was ebenfalls rechter Hand von R liegt, und für die Gegenstände linker Hand, auch das W linker Hand von R zu gebrauchen, Die Distanz des Auges ist in der Zeichnung der Höhe des Auges gleich angenommen = 20′. Man stelle sich eine 60′ breite Strasse vor, in deren Mitte das Auge steht. In der Weite von

30′ rechter Hand vom Auge, und 10′ weit hinter der Tafel steht ein Gebäude, welches bis an das Dach 30′, mit dem Dache 40′, uud mit den Schornsteinen 43′ hoch ist, dessen Länge aber 40′ beträgt. Diese Länge wird nemlich durch die beiden Durchschnittslinien, die von 20 rechts und links bis W gehen, auf der Vertiefungslinie, die von 30 bis R geht, abgeschnitten. Die Bäume linker Hand sind 35′ hohe Pappeln, jeder ist von dem benachbarten um 10′ entfernt. Diese Weiten, das heisst die Stellen der Bäume werden durch die Durchschnittslinien, die von der Fundamentallinie nach dem W gehen, welches linker Hand von R steht, auf der Vertiefungslinie abgeschnitten.

§. 98. *Anmerkung.* Wenn Linien vorkommen, welche unter einem schiefen Winkel gegen die Tafel geneigt sind, wovon die 10te Figur ein Beispiel darstellt, so muss man ausser dem im §. 97 Beschriebenen, noch wegen der Winkel einen perspectivischen Transporteur auf die Tafel bringen. Man trägt die Distanz des Auges aus dem Augenpuncte R. senkrecht herunter nach O, beschreibt mit dem Halbmesser OR einen Quadranten, den man in seine Grade eintheilt: aus O zieht man durch die Theilungspuncte des Quadranten gerade Linien bis an die Horizontallinie, so schneiden diese daselbst die Tangenten der Winkel ab, welche

sie mit RO machen. So ist zum Beispiel RP die Tangente von ROP oder von 40°, oder die Cotangente von 50°. Die Zahlen 10; 20; 30 u. s. w. auf der Horizontallinie, vertreten also hier die Stelle eines *Transporteurs*, so wie die Zahlen auf der Fundamentallinie und den senkrechten Seiten der Einfassung, den *Maassstab* abgaben. Der Gebrauch davon ist folgender: Gesetzt es kommt in der Zeichnung eine gerade Linie in der Grundfläche zu projiciren vor, welche mit der Fundamentallinie einen Winkel von 50° macht, und dieselbe 30′ weit von der Vertikallinie des Auges berührt. Da nun nach §. 91 die Entfernung des Punctes P in der Horizontallinie (wo die Projection jener aufgegebenen Linie so wie aller mit ihr parallelen Linien hingezogen werden muss), von dem Augenpuncte R, der Cotangente von 50° oder der Tangente von 40° gleich ist, so ist hiedurch die Lage der Projection a b auf der Tafel gegeben; man zieht nemlich von dem Puncte 30 auf der Fundamentallinie nach dem Puncte 40 auf der Horizontallinie. Alle mit a b parallele Linien laufen ebenfalls nach diesem letzteren Puncte hin. Eine andere Linie, wovon a d die Projection ist, soll mit jener einen rechten Winkel machen; die Lage der Projection wird also gefunden, wenn man nach dem Puncte 50 auf der rechten Seite von R auf der Horizontallinie hinzieht; denn diese Linie macht mit der Fun-

damentallinie einen Winkel rechter Hand, von 40°, dessen Cotangente also die Tangente von 50° ist; daher ist 50 der Punct, wo diese Linien und alle damit parallele Linien, in der Horizontallinie zusammenlaufen. Die Vertiefungen, welche durch die Durchschnittslinien abgeschnitten sind, werden aus der Zeichnung hinlänglich zu ersehen seyn, welche ein Gebäude, wie etwa ein Gartenhaus, mit einem von einer Wand umgebenen Platze vorstellt. Die Länge der Wand ab ist 70′, wovon an der einen Seite des Hauses 20′ an der andern 30′ fallen, und das Gebäude selbst auch 20′ einnimmt. Diese Längen sind von den Durchschnittslinien, die aus dem Distanzpunct des Auges V nach der Fundamentallinie gehen, abgeschnitten worden. Die Mauern des Hauses sind 30′, die Wand aber ist 10′ hoch.

§. 99. *Anmerkung.* Diese Erläuterungen, welche hinlänglich seyn werden, um andere ähnliche Fälle darnach zu beurtheilen, scheinen uns hier nicht unzweckmässig zu seyn, da richtige Abbildungen von Gegenständen eben so nützlich als angenehm sind, und dennoch selbst von manchen *Künstlern* sehr oft gegen die Regeln der Perspectiv gefehlt wird. Die wenigsten haben gründliche Kenntniss von der geometrischen Theorie dieser Kunst: die doch nochwendig ist, um das Augenmaas zu unterstützen und zu si-

chern. Dass der Künstler bei Verfertigung einer Handzeichnung z. B. von einer Landschaft, alle Gegenstände nach Berechnung oder Zirkel und Lineal abbilden sollte, wird damit nicht behauptet.

§. 100. *Anmerkung.* Vielleicht wird man bei dem Anblick der Zeichnungen zum Beyspiel Fig. 10. bemerken, dass sie sich dem Auge nicht so darstelle wie sie sollte, dass abcd nicht so erscheine wie ein Rechteck perspectivisch zu erscheinen pflegt, u. d. gl. Diese Bemerkung ist richtig; der Grund davon ist, dass man eine Zeichnung von der Grösse wie die gegenwärtige, gewöhnlich in einer Weite von etwa 8 Zoll vom Auge zu halten pflegt; dagegen aber die Distanz des Auges von der Tafel, in der Zeichnung nur = RO angenommen ist. Die Abbildung würde dann richtig scheinen, wenn man sie in einer Entfernung = RO, welches ungefähr nur einen Zoll beträgt vom Auge hielte, wo man aber ohne ein convexes Glas nichts mehr *deutlich* sehen könnte.

§. 101. *Anmerkung.* Der Zeichner und Maler hat übrigens ausser obigen mathematischen Regeln noch andere Hülfsmittel, um die Gegenstände so abzubilden, dass sie näher oder entfernter scheinen. Die entfernteren erhalten schwächere Farben und Schattirungen, unbe-

stimmtere Umrisse und wenigere Deutlichkeit in den einzelnen Theilen. Bei den Decorationen eines Theaters hat man noch einen Vortheil in seiner Gewalt, der die Täuschung vollkommner macht, nämlich den, dass die entferntern Gegenstände hier auch wirklich entfernter *seyn* können, obgleich nicht in dem Maasse wie sie es *scheinen* sollen.

§. 102. *Erklärung.* Wenn die Entfernung des Auges von der Tafel unendlich gross angenommen wird, so werden die Linien vom Gegenstande nach dem Auge wie LO; QO Fig. 6 als parallel anzusehen seyn. Eine Projection für diese unendliche Entfernung des Auges entworfen, heist eine *orthographische Projection.*

§. 103. *Zusatz.* Die Regeln für die orthographische Projection lassen sich aus den obigen allgemeinen Regeln leicht herleiten. Meistens werden dabei die Linien vom Gegenstande ins Auge *senkrecht* auf die Tafel angenommen Fig. 11, da denn die Puncte in der Grundfläche alle ihre Projectionen in der Fundamentallinie haben, folglich die Fundamentallinie die ganze Grundfläche verdeckt. Bei Rissen von Gebäuden u. dergl. werden nebst den *Grundrissen*, diese orthographischen *Aufrisse* hauptsächlich gebraucht. Alle auf die Tafel senkrechte Linien erscheinen dabei wie Puncte; alle mit der Tafel parallele Linien aber behalten ihre

wirkliche Grösse. So fallen zum Beispiel a und b die Projectionen von A und B in einen Punct der Fundamentallinie zusammen, das Auge sieht von der Linie AB nichts; hingegen a d ist auf der Tafel eben so gross als die Linie AD an dem Gegenstande selbst. Alles was schräge liegt verkürzt sich, so ist c d die Projection eines Durchschnitts der Dachfläche kleiner als CD selbst ist.

§. 104. *Zusatz.* Wenn, wie im vorigen §. gesagt wurde, die Linien vom Gegenstande nach dem Auge senkrecht auf die Tafel, also parallel mit der horizontalen Grundfläche sind (vorausgesetzt, dass die Tafel lothrecht stehe) so fällt eine Linie von einem Puncte B im Horizont nach dem unendlich entfernten Auge O, in den Horizont selbst fallen, sie macht also einen Winkel = o mit dem Horizont, oder die *optische Höhe* des Auges über dem Horizonte ist = o. Nimmt man im Gegentheil das Auge in einer merklichen Höhe über dem Horizonte an, so dass Fig. 12 der Winkel OAF die optische Höhe des Auges ist, so sind die Linien AO; BO u. s. w. gegen die senkrechte Tafel unter einem schiefen Winkel geneigt. Nimmt man die optische Höhe des Auges OAF = 45°, so sind im Dreiecke AF a, die Winkel A und a einander gleich, weil bei F ein rechter Winkel ist, folglich ist FA = F a. So auch ferner AB = a b.

Also alle Linien in der Grundfläche behalten auch in der Projection, ihre wirkliche Grösse. Die Projection einer bloss *horizontalen* Fläche nach dieser Art orthographisch entworfen ist also von dem *Grundrisse* selbst nicht verschieden. Aber in Ansehung *aufrecht stehender* Gegenstände, als: Häuser, Bäume und dergl. ist ein Unterschied zwischen dieser orthographischen Projection und dem Grundrisse. Beim *Grundrisse*, den man sich als eine orthographische Projection vorstellen muss, wo die Tafel über der Grundfläche parallel mit derselben liegt, und die Linien vom Gegenstande ins unendlich entfernte Auge senkrecht auf die Tafel sind, erscheinen alle auf die Grundfläche senkrecht stehende Linien wie Puncte, alle senkrecht stehende Ebenen wie gerade Linien; und das Auge bekommt von den senkrechten Seiten der Gegenstände, zum Beispiel den Wänden eines Gebäudes nichts zu sehen. Bei *der orthographischen Projection* aber wie Fig. 12 angiebt, sieht das unendlich entfernte Auge auch diese senkrechten Flächen, zum Beispiel die Vorderseite AD als vördern Gebäudes deren Projection a d ist, so auch die Vorderseite EG eines weiter hinter der Tafel stehenden Gebäudes, deren Projection e g ist u. s. w. und zwar *unverkürzt*.

§. 105. *Anmerkung.* Eine solche orthographische Projection, Fig. 12. kann also bei

manchen Zeichnungen gewissermaassen bequem für den Zuschauer seyn, weil sie sowohl von aufrechtstehenden Gegenständen, als Häusern, Bäumen u. s. w. als von den horizontalen Flächen Vorstellung giebt; und zwar von beiden ohne Verkürzung. wenn die optische Höhe des Auges zu 45° angekommen wird. Vermuthlich weil sie dem Rittergutsbesitzer nicht nur seine Äcker, Wiesen und Waldungen, sondern auch seine Schlösser und Thürme zeigt, heist sie die *Cavalierperspectiv*, oder auch *Vogelperspectiv*. Da indessen die aufrechten Gegenstände nothwendig die horizontalen zum Theil verdecken müssen; so ist ein eigentlicher orthographischer *Grundriss* meistens vorzuziehen, dem, wo es nöthig ist, ein orthographischer *Aufriss* beizufügen ist. Die Zeichner pflegen in den Grundrissen von Gegenden, gewöhnlich die Bäume, Hecken u. dergl. der Cavalierperspectiv gemäss abzubilden, da sie doch die Gebäude dem eigentlichen Grundrisse gemäss zeichnen. Dass dieses Verfahren fehlerhaft und inconsequent sey, fällt nach Obigem in die Augen.

§. 106. *Aufgabe. Den Schatten eines Körpers perspectivisch zu zeichnen.*

Auflösung. Es ist hier vom Schlagschatten die Rede und wir nehmen zuerst an, dass das Licht bloss von *einem* leuchtenden Puncte

herkomme. Man suche also nach §. 92. die Projectionen des leuchtenden Punctes L, Fig. 13. Ferner des senkrecht unter demselben liegenden Punctes in der Grundfläche F und des Körpers, der den Schatten wirft. Von leuchtenden Puncte L aus ziehe man sodann gerade Linien durch so viel Puncte b; f; g in den Gränzen des dunkeln Körpers als man nöthig findet, so auch von F aus, nach den unter jenen Puncten senkrecht in der Grundfläche liegenden a; b; c; Jene Linien Lb; Lf; Lg durchschneiden, diese Fa; Fb; Fc; verlängert in i; k; l; welches also Puncte in der Gränze des Schlagschattens auf der Grundfläche sind.

§. 107. *Zusatz.* Je weiter der leuchtende Punct L von der Tafel entfernt ist, um desto weiter rückt der senkrecht unter demselben befindliche Punct F in der Grundfläche nach der Horizontallinie des Auges hin, und fällt endlich in diese Horizontallinie selbst, wenn L, in Vergleichung mit den übrigen Linien unendlich weit entfernt ist. Dies ist nun der Fall bei der Sonne. Wenn also S Fig. 14. den Mittelpunct der Sonne bedeutet, so liegt F in der Horizontallinie des Auges und der Schlagschatten des Körpers AB erstreckt sich auf der horizontalen Grundfläche von B bis C.

§. 108. *Zusatz.* Wird der Schatten von einer andern Fläche zum Beispiel von einer ent-

gegenstehenden senkrechten Wand aufgefangen Fig. 14. so sieht man leicht, dass die Gränze des Schlagschattens auf derselben an derjenigen Stelle seyn müsse, wo die verlängerte Linie A diese Ebne schneidet in E; welcher also auf der senkrechten Ebne gefunden wird, wenn man von D eine senkrechte Linie bis an SC aufrichtet.

§. 109. *Zusatz.* Wenn das Licht nicht von *einem* leuchtenden Puncte herkömmt, so ist ausser dem projicirten Kernschatten noch der projicirte Halbschatten zu zeichnen, welches man bei einigem Nachdenken leicht nach Anleitung des Obigen wird bewerkstelligen können.

§. 110. *Anmerkung.* Ausführlichere Anleitung zu den Kunstgriffen perspectivischer Zeichnungen würden nicht für diesen Ort seyn.

Einige Schriften über die Perspectiv sind:

Kästners perspectivae et projectionum theoria generalis analytica. Leipzig 1752.

Karstens Lehrbegriff im 7ten Theile, und Anfangsgründe im 3ten Theil.

Lamberts freie Perspectiv oder Anweisung jeden perspectivischen Aufriss von freien Stük-

ken, und ohne Grundriss zu verfertigen; Zürch 1759. die zweite Ausgabe 1774, woraus *Klügel* in *Priestleys* Geschichte der Optik einen Auszug geliefert hat.

Rembold vollständige Anweisung zur Perspectiv Reiskunst. Augsp. 1710.

Jacobz ausführlicher Unterricht in der Perspectiv. Amsterd. 1767.

DIOPTRIK.

Grundbegriffe.

§. 1. *Erfahrung.* Wenn Fig. 1. AB ein dunkler Körper, S ein leuchtender Punct, SA ein Lichtstrahl durch die obere Gränze des dunkeln Körpers ist, der die horizontale Ebne verlängert in G trifft, so ist BG der auf den Boden projicirte Schatten des Körpers.

Nun bringe man an AB ein Parallelepipedum von einer durchsichtigen Masse, zum Beispiel von Glas, oder etwa ein hohles Gefäss von Glas, mit reinem Wasser gefüllt, dessen Durchschnitt in der Figur ABCD ist, so wird der auf den Boden projicirte Schatten nicht mehr die Länge BG behalten, sondern kürzer werden, und nur die Länge BF haben, so dass F mit B und G in einer geraden Linie liegt.

§. 2. *Zusatz.* Der Lichtstrahl SAG, der vorhin den Schatten begränzte, muss also nicht mehr in gerader Linie nach G fortgehen, sondern in A an der Oberfläche des Glases von seinem vorigen Wege abgelenkt seyn, so dass er von A nach F geht. Weil aber F mit B und G in einer geraden Linie liegt, so muss AF in derselben Ebne liegen, worin AG liegt.

§. 3. *Erklärung.* Diese Änderung des Weges, den der Lichtstrahl nimmt, heisst seine *Brechung.* AD heisst die *brechende Fläche.* Der Punct A wo der Strahl einfällt, heisst der *Einfallspunct.* Eine in dem Einfallspuncte, auf die brechende Fläche senkrechte Linie EA oder AB, heisst das *Einfallsloth* oder *Neigungsloth.* SA ist der *einfallende Strahl*; AF der *gebrochne Strahl.* Der Winkel EAS oder BAG, welchen der einfallende Strahl mit dem Einfallslothe macht, ist der *Einfallswinkel* oder *Neigungswinkel.* Der Winkel BAF, welchen der gebrochene Strahl mit dem Einfallslothe macht, soll der *Brechungswinkel**) heissen. Die auf die brechende Fläche senkrechte Ebne ABG, worin einfallender Strahl, Einfallsloth und gebrochener Strahl liegen, heisst die *Brechungsebne.*

Die durchsichtigen Materien, durch welche der Lichtstrahl vor und nach der Brechung geht, wie in obiger Erfahrung, Luft und Glas oder Luft und Wasser, heissen die *Mittel* (media.)

Die Wissenschaft von den Gesetzen der Brechung der Lichtstrahlen, wenn sie aus ei-

---

*) Einige nennen diesen Winkel BAF den *gebrochenen* Winkel, hingegen den Winkel GAF, den der verlängerte einfallende Strahl mit dem gebrochenen macht, den *Brechungswinkel.* Newton, Priestley, Smith und andere mehr, nennen aber BAF den Brechungswinkel, daher wir diese Bedeutung beibehalten wollen.

nem Mittel in das andere gehen, heisst die *Dioptrik.*

§. 4. *Erfahrung.* Es sey Fig. 1 ABCD ein hohles anfangs leeres Gefäss, und AB eine undurchsichtige Wand. Man lege auf den Boden desselben in F einen kleinen Körper, zum Beispiel ein Stück Geld, so wird ein Auge in O dasselbe noch sehen können; rückt aber das Auge nach S hin; so sieht es dasselbe nicht mehr, weil der Strahl der von F ins Auge kommen müsste, in H an die undurchsichtige Wand trifft. Nun giesse man aber Wasser in das Gefäss, so wird sich der Boden des Gefässes zu heben scheinen, und das Auge in S wird nunmehr den Punct F oder das Stück Geld in der Linie SAG erblicken. Auch ist es eine bekannte Erscheinung, dass ein schräg ins Wasser gehaltener Staab OF, wie gebrochen erscheine, indem der im Wasser befindliche Theil nicht in der Linie AF, sondern in AG zu liegen scheint.

§. 5. *Zusatz.* Der Strahl FA muss also bei seinem *Ausgange* aus dem Wasser (so wie § in der vorigen Erfahrung beim *Eintrltt* in dasselbe,) von seinen vorigem Wege FAO abgelenkt, und nach AS hin, gebrochen werden.

§. 6. *Zusatz.* Da nun die Erscheinungen §. 1 und §. 4 immer auf ähnliche Art erfolgen, wenn ein Lichtstrahl aus einem *dünnern* Medio, in ein *dichteres* oder umgekehrt, aus

einem *dichteren* in ein *dünneres* geht; so sieht man, dass der Lichtstrahl *im erstern Falle, nach dem Einfallslothe zu; im zweiten Falle aber, von dem Einfallslothe weg, gebrochen werde.*

§. 7. *Erfahrung.* Wenn man in F, wo der gebrochene Strahl den Boden trifft, eine mit dem Einfallslothe parallele Linie FK in der Brechungsebne zieht, welche den verlängerten einfallenden Strahl in I schneidet, so kann man die Linien AF und FI messen, und es findet sich, dass diese Linien bei einem und ebendemselben brechenden *Mittel*, auch eine und ebendieselbe Verhältniss gegen einander behalten, wenn auch die *Richtungen* des einfallenden und gebrochenen Strahls verändert werden.

Fährt der Strahl aus Luft in Glas, so ist immer ungefähr AF : AI = 3 : 2. Fährt der Strahl aus Luft in Masser, so ist AF : AI = 4 : 3.

§. 8. *Zusatz.* Für den Halbmesser AK aber ist AF die Secante des Winkels KAF oder die Cosecante des Winkels FAB; das heisst AF ist die *Cosecante des Brechungswinkels*, AI aber ist für eben den Halbmesser die Secante von KAI oder die Cosecante von IAB, das heisst: AI ist die *Cosecante des Einfallswinkels.* Die Erfahrung §. 7 lehrt also, dass *die Cosecante des Einfallswinkels sich zur Cosecante des Brechungswinkels verhalte ungefähr wie 2 zu 3 wenn der Strahl aus Luft in Glas, und wie 3 zu 4, wenn er aus Luft in Wasser fährt.*

§. 9. *Zusatz.* Man braucht statt der eben angegebenen Verhältniss der *Cosecanten*, lieber das Verhältniss der *Sinus*, welche die umgekehrte von jener ist.*) Also es verhält sich *der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels ungefähr wie 3 zu 2, wenn der Strahl aus Luft in Glas, und wie 4 zu 3 wenn er aus Luft in Wasser fährt.* Man nennt dies die Verhältniss der Refraction oder Brechungsverhältniss.

---

*) Es ist nämlich Fig. 2 △ GCA ~ △ AFK, weil bei C und K rechte Winkel, bei A und F gleiche Wechselswinkel sind. Also GC : GA = AK : AF, das heisst: sin. BAF : sin. tot = sin. tot, : cosec BAF So auch △ EDA ~ △ IKA, Also EA : ED = AI : AK. das heisst sin. tot : sin. BAI = cosec BAI : sin tot. Folglich sin. BAF : sin. BAI = cosec BAI : cosec BAF.

Der Ausdruck für die Cosecante eines Winkels α, der aus den eben hingeschriebenen Proportionen folgt: nemlich $\operatorname{cosec} \alpha = \frac{r^2}{\sin \alpha}$ kann dem (Trigonom. §. 385; 8;) beigefügt werden. Auch lässt er sich leicht aus dem dort angeführten $\operatorname{cosec} \alpha = r(r^2 + \cot. \alpha^2)$ herleiten, wenn man $\cot. \alpha = \frac{r \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha}$ setzt. (Trigon. §. 385; 6). Man hat nemlich alsdann: $\operatorname{cosec} \alpha = r \left(r^2 + \frac{r^2 \cos. \alpha^2}{\sin. \alpha^2} \right) = r \left(\frac{r^2 \sin. \alpha^2 + r^2 \cos. \alpha^2}{\sin. \alpha^2} \right)$

$= r \frac{r^2 (\sin. \alpha^2 + \cos. \alpha^2)}{\sin. \alpha^2}$ Aber $\sin. \alpha^2 + \cos. \alpha^2$

$= r^2$. Folglich $\operatorname{cosec} \alpha = r \frac{r^2 r^2}{\sin. \alpha^2} = \frac{r^3}{\sin. \alpha}$

§. 10. *Zusatz.* Umgekehrt: Wenn der Strahl aus Glas in Luft fährt, verhält sich der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels wie 2 zu 3, aus Wasser in Luft wie 3 zu 4.

§. 11. *Aufgabe. Wenn die Lage des einfallenden Strahls, und die Brechungsverhältniss gegeben sind, den Weg des gebrochenen Strahls zu finden.*

Auflösung. I. *Durch Zeichnung.* Man beschreibe aus dem Einfallspuncte A Fig. 3 mit einem willkührlichen Halbmesser einen Kreis, ziehe daran den Sinus des Einfallswinkels GD. Für den Fall, wenn der Strahl aus Luft in Glas fährt, nehme man CD $= \frac{2}{3}$ GD und ziehe CF parallel mit dem Einfallslothe, bis sié den Umfang des Kreises schneidet, so ist FB der Sinus des Brechungswinkels und AF die Richtung des gebrochenen Strahls.

II. *Durch Rechnung.* Aus folgendem Exempel für einen Strahl, der aus Luft auf Glas fällt, wird das Verfahren zur Genüge erhellen.

Exempel. Es sey der Einfallswinkel GAD $= 60°$

log. sin. 60°	=	9,9375306
log. 2	=	0,3010300
		10,2385606
log. 3	=	0,4771213
log. sin. FAB	=	9,7614393

also zunächst FAB = 35° 16'

§. 12. *Zusatz.* Wenn die Winkel klein sind, so kann man die Verhältniss ihrer Sinusse, der Verhältniss der Winkel selbst gleich setzen. Ist der Einfallswinkel zum Beispiel 12°, so kann man ohne beträchtlichen Fehler den Brechungswinkel im Glase = 8° setzen, es ist nämlich eigentlich 7° 58′ 2″. Bei einem Einfallswinkel von 30°, beträgt der Fehler aber schon einen halben Grad; denn wenn man mit den Winkeln selbst rechnet, so würde der Brechungswinkel = $\frac{2}{3}$ 30° = 20° gefunden. Rechnet man aber, wie es eigentlich seyn muss, mit dem Sinus, so findet man

log. sin. 30°	=	9,6989700
log. $\frac{2}{3}$	=	0,8239087 — 1
log. sin. ang. refr.	=	9;5228787

welches den Brechungswinkel zunächst nur = 19° 28′ giebt; also fand man ihn vorhin um 32 Minuten zu gross. Indessen pflegt man allenfalls mit den Winkeln selbst zu rechnen, so lange der grösste nicht über 30° beträgt.

§. 13. *Zusatz.* Ist der einfallende Strahl senkrecht auf die brechende Fläche, oder fällt er mit dem Einfallslothe zusammen, so geht er ungebrochen durch das zweite Mittel hindurch.

§. 14. *Zusatz.* Wenn der Strahl aus Glas in Luft übergeht; so findet man nach Obigem den Weg des gebrochenen Strahls, wenn man den Sinus des Brechungswinkels = $\frac{3}{2}$ Sinus

des Einfallswinkels macht. Nun kann aber der Fall eintreten, dass dieser Sinus grösser als der Sinus totus würde; ein solcher Sinus findet aber gar nicht statt, und dieses zeigt, dass in solchem Fall der Strahl nicht mehr in die Luft gebrochen werde. Der grösste Einfallswinkel, wobei noch Brechung aus Glas in Luft statt findet, ist = 41° 48' .... Es ist nämlich

log. sin. 41° 48' = 9,8238213
log. $\frac{3}{2}$ = 0,1760912
log. sin. ang. refr. = 9,9999125

Dies giebt den Brechungswinkel = 88° 51'

Hingegen für den nächst grössern Einfallswinkel, (ohne auf Secunden zu sehen) ist:

log. sin. 41° 49' = 9,8239626
log. $\frac{3}{2}$ = 0,1760912
log. sin. ang. refr. = 10,0000538

welcher über den Sinus totus hinausgeht.

Man kann sich leicht durch Erfahrung und Zeichnung ebenfalls davon überzeugen.

§. 15. *Anmerkung.* Ob gleich es bei vielen Mitteln eintrifft, dass das dichtere eine stärkere Brechung verursacht, als das weniger dichte, so lässt sich doch nicht im Allgemeinen behaupten, dass sich die Stärke der Brechung nach der Dichtigkeit oder dem specifischen Gewicht des Mittels richte. Terpentinöl zum Beispiel hat weniger specifisches Gewicht, als Was-

ser, bricht aber das Licht stärker, und beinahe so stark als Glas. Nicht alles Glas bricht das Licht gleich stark; *Flintglas* bricht stärker als *Crownglas.*

§. 16. *Anmerkung.* Dass durchsichtige Materien die vorhin erwähnten Erscheinungen verursachen, war ohne Zweifel in den ältesten Zeiten schon bekannt. Unter andern führt Seneca die Erscheinung §. 7 an: *Remus integer in tenui aqua fracti speciem reddit.* Natural. quäst. Lib. I. Cap. III., aber ohne eine richtige Erklärung davon zu geben. Der Araber *Alhazen* (im 11ten Jahrhundert) und *Vitellio* (im 13ten Jahrh.) suchten durch Versuche die Gesetze der Brechung zu bestimmen. *Kepler* im Anfange des 17ten Jahrhunderts fand zuerst, dass bei der Brechung aus Luft in Glas, der Brechungswinkel zwei Drittheile des Einfallswinkels sey, wenn der letztere unter 30° ist, welches freilich eigentlich nur für kleine Winkel der Wahrheit nahe kömmt. Auch bemerkte Kepler schon bei seinen Versuchen, dass bei einem Einfallswinkel von 42°, keine Brechung mehr aus Glas in Luft erfolge. *Snellius* Prof. zu Leyden (starb 1626) ist als Entdecker des wahren Gesetzes der Strahlenbrechung anzusehen. Es fand nämlich, nach dem Zeugnisse des *Haygens*, die Verhältniss der Cosecanten, welche wir deshalb oben §. 7 und §. 8 zuerst angeführt haben. *Des Cartes* setzte dafür die Verhältniss der Si-

nus, wobei er vermuthlich bloss die vom Snellius gefundene umkehrte, obgleich er seine Verhältniss als eigene Erfindung vorträgt.*)

Brechung in ebnen Gläsern.

§. 17. *Lehrsatz. Wenn die beiden brechenden Flächen eines Glases, wo der Strahl einfällt und wo er ausfährt, parallel sind; so ist der ausfahrende Strahl auch mit dem einfallenden parallel.*

Beweis. Es sey Fig. 1. SA der einfallende, AF der gebrochene Strahl nach der ersten Brechung im Glase; FN der ausfahrende Strahl.

---

*) *Des Cartes* giebt sich das Ansehen, das Gesetz der Brechung *a priori* zu beweisen. Er fängt damit an, zu zeigen, dass eine schräg ins Wasser geworfene Kugel vom Einfallslothe weggehen müsse, weil sie mehr Widerstand im Wasser als in der Luft leide. Beim Lichte sey es nun aber umgekehrt, es bewege sich nämlich ungehinderter durch Wasser und Glas, es sey also eben so viel, wie wenn die Geschwindigkeit der geworfenen Kugel beim Eintritt in das zweite Medium, durch eine neue Kraft vermehrt würde; da sie denn nach dem Einfallslothe zugehen müsse.

„Quoniam lucis actio sequitur hac in re easdem „leges, quas pilae motus, dicendum, quoties radii il„lius obliquo motu ex pellucido corpore in aliud trans„feruntur quod magis aut minus facile illos admittit „quam primum, ibi ita detorqueri ut semper minus in„clinent in superficie quae his corporibus est communis „ea parte in qua est illud corpus, quod eas facilius re„cipit . . . . . Notandum vero hanc inclinationem me„tiendam esse per quantitatem rectarum u. s. w. (Dioptr. Cap. II. §. VII.)

Das Fehlerhafte in seinen Schlüssen haben Fermat und Andere gerügt.

Nun ist sin. GAB : sin. FAB = 3 : 2, und ferner ist sin. NFL : sin. MFL = 3 : 2. Da nun AD und BC, folglich auch die darauf senkrechten Einfallslothe AB und FL parallel sind, und AFM *eine* gerade Linie ist, so ist FAB = MFL also auch aus obigen Proportionen GAB = NFL. Aber auch GAB = GIF : folglich GIF = NFL folglich GI oder welches einerley ist AS parallel mit FN.

§. 18. *Zusatz.* Wenn der Einfallswinkel sehr klein ist, also der Strahl wenig gebrochen wird, so kann sein Weg SAFN für eine gerade Linie angenommen werden, zumal wenn das Glas dünn ist.

Wenn die Seitenflächen des Glases nicht parallel sind, so können der einfallende und ausfahrende Strahl auch nicht parallel seyn.

§. 19. *Erfahrung.* Wenn man das durch eine kleine Öffnung in dem Fensterladen, eines verfinsterten Zimmers einfallende Sonnenlicht mit einem dreyseitigen gläsernen Prisma auffängt so erscheint auf einer entgegenstehenden Wand ein länglichtes *Farbenbild* GD, welches oben und unten durch krumme Linien begränzt ist, dessen beide langen Seiten aber geradlinicht und parallel sind. Die Farben zeigen sich immer von unten nach oben zu in folgender Ordnung *roth, orange, gelb, grün, blau, indigo, violet,* die benachbarten Farben verlieren sich ineinander.

§. 20. *Zusatz.* Wenn die Strahlen AE und AB, welche vor der Brechung parallel auf eine und ebendieselbe brechende Fläche fielen, gleich stark gebrochen würden, so müssten sie auch sowohl während ihres Durchgangs durch das Glas, als auch beim Ausfahren aus demselben parallel bleiben. Da sie nun nach der Brechung auseinander fahren, indem die Länge des Farbenbildes wohl fünfmal so gross ist als der Durchmesser des einfallenden Strahlencylinders, so folgt daraus, dass einige Strahlen weniger, andere mehr von ihrem Wege abgelenkt sind.

§. 21. *Zusatz.* Das Sonnenlicht hat also eine verschiedene Brechbarkeit. Dasjenige, welches am wenigsten gebrochen wird, zeigt eine rothe, das welches am meisten gebrochen wird, eine violette Farbe.

§. 22. *Erfahrung.* Wenn man das auf diese Weise erscheinende Licht von einer gewissen Farbe wieder mit einem zweiten Prisma auffängt, so wird es zwar wiederum gebrochen, aber es wird nicht wieder in andere Farben getheilt. Wenn man zum Beyspiel das violette Licht auffängt, so bleibt es auch, nachdem es aus dem zweiten Prisma herausgegangen ist, violet.

§. 23. *Zusatz.* Aus den Erfahrungen §. 19. und §. 22. erhellet, dass das Sonnenlicht aus

Licht von verschiedenen Farben bestehe; wovon man sieben Hauptverschiedenheiten bemerken kann; die, weil sie keine neuen Verschiedenheiten zeigen, *einfache* Farben genannt werden. Da sich aber die Farben durch unmerkliche Abstuffungen in einander verlieren, so giebt es ohne Zweifel eine weit grössere Menge einfacher Farben.

§. 24. *Anmerkung.* Mit der Erfahrung §. 19. hängt auch noch diese zusammen, dass helle Gegenstände, welche man durch ein Glasprisma betrachtet, farbige Ränder zu haben scheinen. Diese Erscheinung wird folgendermaassen zu erklären seyn. Es sey in der 5ten Figur A ein Punct in der öbersten Gränze eines hellen Gegenstandes, z. B. einer Fensterscheibe von welchem Strahlen auf ein Prisma fallen, dessen Schärfe *aufwärts* gekehrt ist. Für irgend eine Lage des Auges sey der Strahl AR der *äusserste* von dem noch, nach der Spaltung im Prisma, *alle sieben* einfache Strahlen ins Auge kommen; so können von denjenigen Strahlen, die über R in das Prisma fallen, *nicht* alle sieben einfache Strahlen mehr in das Auge kommen. Von dem öbersten AB, den ich den *ersten* nennen will, wird nur noch der am meisten gebrochene einfache CE, das heist der *violette*; von dem benachbarten *zweiten* AF aber auch noch der etwas weniger gebrochene einfache GH, das heist der *Indigofarbene* zu sehen seyn. Der

zu AF gehörige violette kömmt zwar auch ins Auge, vermischt sich aber schon mit den übrigen. Von dem *dritten* unter F zwischen F und R auffallenden Strahl kommen ins Auge der violette indigofarbene und *blaue*, wovon aber die beiden ersten sich schon mit dem übrigen unteren Lichte vermischen. Von dem *vierten* kämen ins Auge: die Strahlen vom violetten bis zum grünen; vom fünften bis zum gelben, vom sechsten bis zum orangefarbenen, von siebenten endlich, welches der AR ist, alle sieben einfache. Alle diese leztern vermischen sich aber schon mit einander. Die drei oben ausgezeichneten aber nemlich der *violette* vom obersten, der *Indigofarbene* vom zweiten, und der *blaue* vom dritten Strahl sind von dem übrigen Lichte abgesondert, und werden daher besonders empfunden. Die öbere Gränze des hellen Gegenstandes erscheint also durch ein mit der Schärfe aufwärts gekehrtes Prisma angesehen, mit einem farbigen unbestimmt begränzten Rande, der zu öberst violet ist, welches sich nach unten zu in indig und zulezt in blau verliert.

Ferner sey J ein Punct in der *untersten* Gränze eines hellen Gegenstandes, wenn nun J S der äusserste Stahl ist, von welchem nach der Spaltung noch alle sieben einfache Strahlen ins Auge kommen können, so gehen von den unter S auffallenden Strahlen diejenigen einfachen, welche die grösste Brechung erleiden das

Auge vorbei. Von dem untersten JN kann nur der am wenigsten gebrochene OP oder der *rothe;* vom folgenden JK auch noch der etwas mehr gebrochene LM oder der *orangenfarbene;* vom dritten auch noch der *gelbe* das Auge treffen. Vom vierten Strahl bekäme das Auge die einfachen Strahlen, vom rothen bis zum grünen; vom fünften bis zum blauen, vom sechsten bis zum Indigofarbenen, und vom siebenten, welches der Strahl JS ist, alle sieben. Alle diese vermischen sich aber und geben nur weisses Licht; dahingegen die äussersten rothen orangefarbenen und gelben abgesondert gesehen werden. Die unterste Gränze hat also einen gefärbten Rand, welcher zu unterst roth ist und sich in orangenfarben und gelb verliert.

Gerade umgekehrt verhält es sich, wenn die Schärfe des Prisma unterwärts gekehrt ist, da denn der helle Gegenstand *oben* einen rothen, orangefarbenen und gelben, *unten* einen violetten, indigofarbenen und blauen Rand zu haben scheint.

§. 25. *Anmerkung.* Die Farben der Körper rühren vermuthlich daher, dass sie diese oder jene Gattung von Strahlen allein oder in grösserer Anzahl zurückwerfen. Wenn man ein rothes Stück Tuch in blaues Licht hinter dem Prisma bringt, so sieht es blau aus, weil es jezt nur blaue Strahlen und keine rothe empfängt. Bringt man es in weisses oder vermischtes Licht,

so wirft es die rothen Strahlen vorzüglich zurück und hat seine gewöhnliche Farbe. Bringt man es in rothes Licht hinter dem Prisma, so wird es lebhaftere rothe Farbe zeigen, weil es bloss rothe und keine anders gefärbten Strahlen zurückzuwerfen hat.

§. 26. *Anmerkung.* Was die Farbmaterien betrifft, (*pigmenta*, die wohl von *Colores* zu untercheiden sind) so braucht man in Rücksicht ihrer nicht sieben, sondern nur drei Grundfarben oder einfache Farben, nämlich *roth*, *gelb* und *blau* anzunehmen, woraus sich alle übrigen Farben hervorbringen lassen, indem man jene in verschiedenen Verhältnissen mit einander vermischt. Man kann deraus ein System von Farben machen, welches schon *Leonardo de Vinci* vorgeschlagen hat. *Zahn*; *Tobias Meyer* und *Lambert* lehrten dergleichen, in Gestalt eines in Fächer getheilten Dreiecks verfertiget.

§. 27. *Anmerkung.* Nach der Newtonschen Theorie soll die verschiedene Brechbarkeit des Lichtes von der verschiedenen Grösse der Theilchen herrühren; die kleinsten sollen die grösste Brechung erleiden, und die violette Farbe hervorbringen. Nach der Eulerschen Theorie aber soll die verschiedene Geschwindigkeit, mit welcher die Theile des Äthers ihre Schwingungen machen, die Ursache seyn. Die langsamsten Schwingungen sollen die violette,

die schnellsten aber die rothe Farbe hervorbringen, so dass die Entstehung der Farben alle Ähnlichkeit mit der Entstehung der Töne hätte. Die Entdeckungen, welche *Neuton* seit dem Jahre 1666 in der Lehre vom Lichte uud von den Farben machte, haben den Grund zu einer richtigern Theorie gelegt; die Begriffe, die man vor Newton von diesen Erscheinungen hatte, waren sehr verwirrt und mangelhaft.

Brechung in krummen Gläsern.

§. 28. *Erklärung.* Die Gläser mit krummen Flächen, sind entweder *convexe* (erhabene) oder *concave* (Hohlgläser) und zwar können sie seyn, 1) auf beiden Seiten erhaben, (*convex convex*) 2) auf einer Seite erhaben, auf der andern eben, *(planconvex)* 3) auf einer Seite erhaben, auf der andern Seite hohl; *convex concav* oder *concav convex*.) Wenn bei diesen der Halbmesser der convexen Seite kleiner, als der Halbmesser der concaven ist, da sie denn die Gestalt einer Sichel, oder eines halben Mondes zu haben pflegen, so heissen sie *Menisken.* 4) Auf beiden Seiten hohl, (*Concav concav.*) 5) Auf einer Seite hohl, auf der andern eben, *(planconcav).* Alle diese Gläser pflegt man auch *Linsen* zu nennen, welche Benennung aber im engeren Sinn der ersten Art zukömmt.

Da hier keine andere Krümmungen der Gläser, als die nach Kugelflächen betrachtet

werden, so gehört jeder solchen Glasfläche ein *Mittelpunct* derjenigen Kugel zu, von deren Fläche sie ein Segment ist. Die gerade Linie, welche beide Mittelpuncte der beiden Flächen eines Glases verbindet, heisst die *Axe.*

§. 29. *Aufgabe. Wenn die Lage des einfallenden Strahls CD Fig.* 6, *die Brechungsverhältniss und die Halbmesser der beiden Flächen des Glases gegeben sind, den Weg des gebrochenen Strahls zu finden.*

Auflösung. Durch Zeichnung geschieht es wie bei ebenen Gläsern; die Einfallslothe gehen durch die Mittelpuncte der Kugeln, wovon die Glasflächen die Segmente sind.

Durch Rechnung sucht man die Weite BF, wo der gebrochene Strahl hinter dem Glase die Axe schneidet. Hier nur vorerst eine kurze Übersicht des Verfahrens.

1) Im Dreieck CDH wird der Winkel H gesucht, daraus hat man den Einfallswinkel HDK, und den Brechungswinkel HDI.

2) Im Dreieck HDI findet man sodann HI und hiedurch auch BI.

3) Im Dreieck EGI sucht man die Winkel; und daraus den Einfallswinkel, für die zweyte Brechung LEI nebst dem Brechungswinkel LEF.

4) Im Dreieck EGF sucht man endlich GF und daraus BF.

§. 30. *Zusatz.* Begreiflich ergiebt sich BF verschiedentlich, je nachdem der Einfallspunct D näher an der Axe oder weiter davon entfernt liegt. Für Strahlen die nahe an der Axe einfallen, so dass AD ein sehr kleiner Bogen ist, kann man nach §. 29 einen allgemeinen Ausdruck für ihre Vereinigungsweite suchen, welches nur einige Fertigkeit in Behandlung der Buchstaben voraussetzt. Es sey der Halbmesser der vordern Fläche HD = r, der hintern Fläche GE = ϱ; ferner CA = b; die Dicke des Glases AB = t; die Brechungsverhältniss aus Luft in Glas = m : n, aus Glas in Luft = n : m. Nach der ersten Brechung gehe der Strahl nach I. Nun ist:

1) im Dreieck CDH; HD : CD = sin. C : sin. H, oder wegen kleiner Winkel = C : H also $H = \frac{C.DC}{r}$ Wegen der Kleinheit des Bogens aber kann man DC = CA setzen; also $H = \frac{b}{r}C$, also der Einfallswinkel HDK = C + H $= C + \frac{b}{r}C = \frac{b+r}{r}.C$, und der Brechungswinkel HDI $= \frac{n(b+r)}{m.r}C$.

2) Im Dreieck HDI ist I = CHD — HDI $= \frac{b}{r}C - \frac{n(b+r)}{m\,r}C = \frac{(m-n)b-n\,r}{m\,r}C$,

ferner $I : HDI = HD : HI$, also $HI = \frac{r \cdot HDI}{I}$

$= \frac{n(b+r)r}{(m-n)b-nr}$ und $BI = HI + HA - AB$

$= \frac{mbr}{(m-n)b-nr} - t.$

3) Im Dreieck EGI ist $EG : EI = I : G$, also $G = \frac{I.EI}{\varrho}$ und der Einfallswinkel für die zweite Brechung $LEI = G + I = \frac{EI+\varrho}{\varrho} I$ und Brechungswinkel $LEF = \frac{m(EI+\varrho)}{n\varrho} I.$

4) Im Dreieck EGF ist $F = LEF - G$ $= \frac{(m-n)EI+m\varrho}{n\varrho}$. I und $F : G = GE : EF$, also $EF = \frac{\varrho G}{F} = \frac{n.EI.\varrho}{(m-n)EI+m\varrho}$. Wegen Kleinheit des Bogens BE kann man ohne Fehler setzen: $EI = BI$ und $EF = BF$, also $BF = \frac{nBI.\varrho}{(m-n)BI+m\varrho}$. Für BI war aber in (2) ein Ausdruck gefunden; so dass man also BF durch lauter bekannte Grössen ausdrücken kann, nemlich m; n; b; r; ϱ; t.

§. 31. *Zusatz.* Gewöhnlich ist die Dicke des Glases ziemlich unbeträchtlich gegen die

übrigen Grössen, daher man es sich erlaubt, in dem für BI gefundenen Ausdruck t wegzulassen; und $BI = \frac{mbr}{(m-n)b-nr}$ zu seszen.

Wenn man diesen Ausdruck für BI in Zähler und Nenner, des für BF gefundenen Ausdrucks setzt, so bekömmt man $BF = \frac{nbr\varrho}{(m-n)b(r+\varrho)-nr\varrho}$

oder auch $BF = \frac{nr\varrho}{(m-n)(r+\varrho)-\frac{nr\varrho}{b}}$

§. 32. *Zusatz.* Je grösser b wird, desto kleiner wird $\frac{nr\varrho}{b}$ und wenn b unendlich gross wird, dass $nr\varrho$ dagegen als Nichts angesehen werden kann, so verschwindet $\frac{nr\varrho}{b}$ und wird aus dem Nenner des vorhin für BF gefundenen Ausdrucks weggelassen, also $BF = \frac{nr\varrho}{(m-n)(r+\varrho)}$

Dies ist der Fall, wenn der einfallende Strahl mit der Axe parallel ist.

§. 33. *Zusatz.* Diejenigen Strahlen also die nahe bei der Axe, und mit derselben parallel einfallen, durchschneiden die Axe, in der Weite hinter dem Glase, welche die Formel §. 32 angiebt. Sie werden also in der Stelle F sehr nahe zusammen vereinigt, daher verursa-

chen Sonnenstrahlen durch ein convexes Glas aufgefangen, in der Stelle F eine grosse Hitze und F wird der *Brennpunct*; BF aber die *Brennweite* des Glases genannt. Wenn man also die Brechungsverhältniss $m : n = 3 : 2$ setzt, so ist die Brennweite $BF = \frac{2 r \varrho}{r + \varrho}$ In Worte übersetzt: *man multiplicire den Halbmesser der vordern und der hintern Fläche miteinander; nehme dies Product doppelt, und dividire es durch die Summe der beyden Halbmesser.*

§. 34. *Zusatz.* Sind beide Halbmesser einander gleich, so ist $BF = \frac{2 r^2}{2 r} = r$ das heist: die *Brennweite eines auf beiden Seiten gleich erhabenen Glases ist dem Halbmesser der Kugel gleich, nach welcher das Glas geschliffen ist.*

§. 36. *Zusatz.* Eine ebne Fläche kann als ein Stück einer Kugelfläche angesehen werden, deren Halbmesser unendlich gross ist. Für ein *planconvexes* Glas kann also die obige Formel angewendet werden, wenn man r oder ϱ unendlich gross setzt. Es sey also r unendlich gross (welches man so zu bezeichnen pflegt) $r = \infty$ so ist in dem Ausdruck $BF = \frac{2 r \varrho}{r + \varrho}$ der Nenner $r + \varrho = r$ zu setzen, weil ϱ in Vergleichung mit r unendlich klein ist, und also

weggelassen werden kann. Also $BF = \frac{2r\varrho}{r}$ $= 2\varrho$. So auch wenn $\varrho = \infty$ ist, so ist BF $= 2r$. Das heisst: *die Brennweite eines planconvexen Glases, ist gleich dem Durchmesser der convexen Seite,* (also noch einmal so gross als die Brennweite eines auf beiden Seiten gleich erhabenen Glases.)

§. 37. *Zusatz.* Für einen *Meniscus* (§. 28) wird die obige Formel folgendermaassen angewendet. Wenn der Halbmesser einer convexen Glasfläche als positiv angenommen wird, so muss der Halbmesser einer concaven Fläche als negativ angenommen werden. Es sey also r negativ, das heisst: die Vorderfläche sey hohl, so ist die Brennweite $= \frac{-2r\varrho}{-r+\varrho}$. Weil nun bei dem Meniscus der Halbmesser der hohlen Seite grösser, als der Halbmesser der erhabenen Seite, $r > \varrho$ ist, so ist in diesem Ausdrucke der Nenner verneint, also da auch der Zähler verneint ist, so ist der ganze Ausdruck für die Brennweite eines Meniscus bejaht. Auch bleibt die Grösse des Ausdrucks ungeändert, wenn man im Zähler und Nenner die Zeichen in die entgegengesetzten verwandelt, und man kann also die Brennweite des Meniscus so ausdrücken $= \frac{2r\varrho}{r-\varrho}$. *Sie ist gleich dem doppelten Pro-*

duct beider Halbmesser durch den Unterschied beider Halbmesser dividirt.

§. 38. *Zusatz.* Für ein *auf beiden Seiten hohles* Glas würde sowohl r als ϱ negativ gesezt werden müssen, da man sie bey dem convexen Glase positiv gesetzt hatte. Die Brennweite eines solchen Glases ist also $= \frac{2 . - r . - \varrho}{- r - \varrho}$

$= \frac{2 r \varrho}{-(r+\varrho)} = - \frac{2 r \varrho}{r+\varrho}$ mithin, so wie die des convexen Glases, *gleich dem doppelten Producte beider Halbmesser, durch die Summe beider Halbmesser dividirt aber negativ;* das heisst, da die Brennweite des convexen Glases hinter dem Glase lag, so liegt im Gegentheil die des concaven Glases *vor* demselben. Der Name Brennpunct wird aber hiebey im uneigentSinne genommen; denn solche Gläser sammeln die Strahlen nicht, sondern bringen sie weiter auseinander. Strahlen die wie CD Fig. 7. parallel mit Axe einfallen, werden so gebrochen als ob sie aus F herkämen. Man nennt daher auch F bei Hohlgläsern den Zerstreuungspunct oder geometrischen Brennpunct zum Unterschiede von dem Sammlungspuncte oder physischen Brennpunct der convexen Gläser.

§. 39. *Zusatz.* Für eine *ganze Kugel* kann die Dicke des Glases $=$ t nicht aus dem Ausdrucke weggelassen werden, weil hier $t = r + \varrho$

$= 2r$ ist. In §. 30; 2, fanden wir aber $CJ =$

$\frac{mbr}{(m-n)b-nr} - t = \frac{m-r}{m-n-\frac{nr}{b}} - t$ und

wenn $b = \infty$ das heist wenn die Strahlen mit der Axe parallel einfallen, da denn $\frac{nr}{b}$ verschwindet, so ist $BJ = \frac{mr}{m-n} - t$ also für die Kugel

$$BJ = \frac{mr}{m-n} - 2r = \frac{mr - 2(m-n)r}{m-n}$$

$$= \frac{mr - 2mr + 2nr}{m-n} = \frac{2nr - mr}{m-n} = \frac{2n-m}{m-n}.r$$

Setzt man nun diesen Werth für BJ in den Ausdruck $BF = \frac{nBJ:\varrho}{(m-n)BJ - m\varrho}$ so wird der Zähler $n.BJ.\varrho = \frac{n.(2n-m)r\varrho}{m-n}$ oder weil für die Kugel $\varrho = r$ ist, so wird der Zähler $n.BJ.\varrho = \frac{n.(2n-m)r^2}{m-n}$. Der Nenner aber $(m-n)$

$$BJ - m\varrho = (m-n)BJ - mr = \frac{(m-n).(2n-m)r}{m-n}$$

$- mr = (2n-m)r - mr = 2nr$. Also BF

$= \frac{n.(2n-m)r^2}{2nr(m-n)} = \frac{(2n-m)r}{2(m-n)}$ Für die Verhältnisse $m:n = 3:2$ ist also $BF = \frac{(4-3)r}{2.(3-2)}$

$= \frac{1}{4}$ r das heist, *die Brennweite einer Glaskugel ist dem halben Halbmesser oder dem vierten Theil des Durchmessers der Kugel gleich.*

§. 40. *Zusatz.* Man pflegt auch die Vereinigungsweite solcher Strahlen, die nicht parallel mit der Axe einfallen, durch die Brennweite auszudrücken, weil leztere beständig einerlei ist bei einem und eben demselben Glase; jene aber veränderlich, je nachdem der strahlende Punct nahe oder weit ist. Man fand in §. 31. die Vereinigungsweite im Allgemeinen

$$= \frac{b\,n\,r\,\varrho}{b\,(m-n)\,.\,(r+\varrho)-n\,r\,\varrho}$$

welches wir $= v$ nennen wollen. Ferner die Brennweite im §. 32.

$$= \frac{n\,r\,\varrho}{(m-n)\,(r+\varrho)}$$

welche $= f$ heissen mag. Also ist $n\,r\,\varrho = f.(m-n)\,(r+\varrho)$. Dieses in den Ausdruck für v gesetzt erhält man v

$$= \frac{b\,.\,f.\,(m-n)\,(r+\varrho)}{b\,.\,(m-n)\,.\,(r+\varrho)-f\,(m-n)\,(r+\varrho)}$$

Wenn man hier im Zähler und Nenner mit $(m-n)\,(r+\varrho)$ dividirt, so erhält man den bequemen Ausdruck für die Vereinigungsweite v

$$= \frac{b\,f}{b-f}$$

Um also aus der Brennweite eines Glases und der Entfernung eines strahlenden Punctes, die Vereinigungsweite der Strahlen, die aus die-

sem Puncte herkommen, zu finden, *multiplicire man die Entfernung des strahlenden Punctes mit der Brennweite, und dividire dies Product durch beider Unterschied.*

Exempel. Es sey die Brennweite eines Glases $f = 12''$. Die Entfernung eines strahlenden Punctes vor dem Glase $b = 40''$ so ist die Vereinigungsweite für Strahlen, die aus diesem Puncte nahe bei der Axe einfallen, v

$$= \frac{12.40}{40-12} = \frac{480}{28} = \frac{120}{7} = 17\tfrac{1}{7}''$$

§. 41. *Zusatz.* In Fig. 8. ist Q ein Punct ausser der Axe und QA ein Strahl, der auf die Mitte des Glases einfällt. Wenn nun PAQ ein kleiner Winkel und die Dicke des Glases gering ist, so wird sich der gebrochene Strahl im Glase wenig oder gar nicht von der Axe entfernen können und also bey B ausfahren; folglich da die Stelle der Glasfläche bei B mit der bei A parallel ist, so wird auch der ausfahrende Strahl Bq mit dem einfallenden QA parallel seyn. Ferner wird unter den eben erwähnten Voraussetzungen der Strahl so wenig gebrochen, dass man QABq als eine und eben dieselbe gerade Linie annehmen darf. Daher kann man also sagen: *der Strahl, der auf die Mitte des Glases fällt, geht so gut wie ungebrochen durch das Glas.*

Man nennt diesen ungebrochen durch das Glas gehenden Strahl den *Hauptstrahl* unter

denen, die von dem Punct Q auf das Glas fallen, und zeichnet den ganzen Weg dieses Strahls gewöhnlich als eine einzige gerade Linie von Q durch M als die Mitte des Glases. Auch nennt man diese Linie QMq eine Axe; zum Unterschiede kann Pp die *Hauptaxe* und jede andere wie Qq eine *Nebenaxe* heissen.

§. 42. *Zusatz.* Da die Vereinigungsweite im §. 31. bloss durch die Brechungsverhältniss durch die Entfernung des strahlenden Punctes und durch die beiden Halbmesser der Glasflächen bestimmt wird; so wird auch für den Punct Q ausser der Hauptaxe, eine völlig auf eben die Art auszudrückende Vereinigungsweite statt finden, wie für den Punct P in der Hauptaxe. Wenn also die Entfernungen der beiden Puncte P und Q vor dem Glase gleich sind, so werden auch die Vereinigungsweiten Bp und Bq hinter dem Glase einander gleich seyn.

§. 43. *Erfahrung.* Wenn man die von einem strahlenden Puncte P oder Q herkommenden und durch die Brechung im convexen Glase in p oder q vereinigten Strahlen, mit einem in dem Vereinigungspuncte gehaltenen Papiere oder dergl. auffängt, so sieht man ein Bild des strahlenden Punctes; so auch bei einem ganzen Gegenstande; zum Beispiel einer Lichtflamme, nur dass das Bild umgekehrt ist.

§. 44. *Zusatz.* Es ist klar, dass wenn die Strahlen auch nicht aufgefangen werden, das

Bild doch deshalb bleiben, und in der Luft schweben müsse; aber man sieht es alsdann nicht, wenn man zur Seite steht, weil keine Fläche da ist, welche die Strahlen des Bildes durch Zurückwerfung in unser Auge brächte, sondern man sieht es nur wenn das Auge in O Fig. 8. hinter dem Vereinigungspuncte stehet, so dass die in p oder q sich durchschneidenden Strahlen in dasselbe kommen können. Zwar bemerkt man nicht auf den ersten Anblick, dass dieses Luftbild näher am Auge sey als die Glaslinse; indessen erhellet dieses aus Obigem hinlänglich, auch kann man an der Richtung der Augenaxen bei einiger Aufmerksamkeit bemerken, dass man, wenn man das Bild betrachtet, auf eine Gegend sehe, die dem Auge näher ist als das Glas.

§. 45. *Erklärung.* Ein Bild, wie das so eben beschriebene, welches durch *wirkliche* Vereinigung der Strahlen entsteht, heist ein wirkliches oder *physisches Bild.* Der Punct p aber Fig. 9. von welchem die von P herkommenden Strahlen durch Brechung in einem Hohlglase auszugehen *scheinen*, heisst ein *geometrisches Bild* von P. Gläser, welche ein physisches Bild machen, heissen *Sammlungsgläser*, andere *Zerstreuungsgläser.*

§. 46. *Zusatz.* Der *Ort* des Bildes ist nach obigem folgerdermaassen zu bestimmen. Das Bild eines unendlich oder doch sehr weit entfernten Gegenstandes ist im Brennpuncte.

Das Bild eines nähern Objects ist jenseits des Brennpuncts und zwar um desto weiter, je näher das Object dem Glase ist. Das Bild eines im Brennpuncte befindlichen Objects ist unendlich weit vom Glase; das heisst, es giebt gar kein Bild, weil die Strahlen parallel ausgehen und sich nie vereinigen. Das geometrische Bild eines Objects innerhalb der Brennweite liegt *vor* dem Glase.

Diese Sätze folgen auch aus dem Ausdruck für die Vereinigungsweite §. 48: nemlich $v = \frac{bf}{b-f}$

Ist hier $b = \infty$ so verschwindet im Nenner f gegen b und es ist $v = \frac{bf}{b} = f$

Ist b grösser als f; so ist auch v grösser als f weil der Nenner $b-f$ kleiner ist als b im Zähler, und je weniger b von f unterschieden ist, desto kleiner wird der Nenner $b-f$ mithin desto grösser wird v

Ist $b=f$ so ist der Nenner $b-f=o$ mithin $v = \infty$, denn wenn der Nenner eines Bruchs unendlich klein wird, so wird der Bruch selbst unendlich gross.

Ist b kleiner als f, so wird der Nenner $b-f$ negativ, folglich auch v negativ, das heisst: die Strahlen gehen so aus, dass sie sich rückwärts oder vor dem Glase verlängert vereinigen.

Für Hohlgläser ist f negativ zu setzen.

§. 37. *Zusatz.* Die *Grösse* des Bildes ist folgendermaassen zu bestimmen.

Wenn man Fig. 10 QMq als eine einzige gerade Linie annimmt, so ist das Dreieck QMP ähnlich dem Dreieck qMp also PQ : pq = PM : pM; das heisst: die *wirklichen Grössen des Gegenstandes und des Bildes verhalten sich, wie ihre Entfernungen vom Glase.*

§. 48. *Zusatz.* PQ Fig. 10 sey der Halbmesser eines Objects. Für ein Auge in M ist der Winkel PMQ = pMq, die scheinbare Grösse dieses Halbmessers, und es ist Mp : pq = sin. tot : tang. pMq also für sin. tot. = 1 ist tang. $pMq = \frac{pq}{Mp}$ das heisst: *der Halbmesser des Bildes durch seine Entfernung hinter dem Glase dividirt, giebt die Tangente des scheinbaren Halbmessers des Objekts.*

Ferner ist pq = Mp . tang. pMq, das heisst *die Entfernung des Bildes mit der Tangente des scheinbaren Halbmessers multiplicirt, giebt den Halbmesser des Bildes.*

Exempel. Der scheinbare Durchmesser der Sonne ist etwa 32 Minuten, also pMq = 16' Die Sonne ist so weit entfernt, dass Strahlen, die von einem Puncte derselben auf das Glas fallen, als parallel anzusehen sind, mithin das

Bild der Sonne im Brennpuncte ist. Die Brennweite des Glases sey = 6"

log. 6	=	0,7781513
log. tang. 16'	=	7,6678492
		8,4460005
log. sin. tot.	=	10,0000000
log. pq	=	0,4460005 — 2

Dieses giebt qp = 0,027926 Zoll; als den Halbmesser des Sonnenbildes.

Also der *Durchmesser* des Sonnenbildes oder des *Brennraums* für dieses Glas, etwa $\frac{1}{20}$".

§. 49. *Anmerkung.* Ausführlichere Erläuterungen und Berechnungen, die hier nicht statt finden, findet man in den grössern Werken, zum Beispiel in *Smiths* vollständigen Lehrbegriff der Optik von *Kästner*, und *Klügels* analytischer Dioptrik. Für Anfänger kann Obiges hinlänglich seyn, und sie werden daran zugleich die Nützlichkeit der Buchstabenrechnungen bemerken.

§. 50. *Anmerkung.* Man wird aus den bisher vorgetragenen Sätzen leicht einsehen, dass bei den durch gewöhnliche Gläser hervorgebrachten Bildern zweierlei Unvollkommenheiten statt finden müssen, erstlich wegen der verschiedenen Brechbarkeit der Strahlen, zweitens wegen der Gestalt des Glases.

Zu einem völlig scharf begränzten Bilde wird nemlich erfodert, dass Strahlen, die von ei-

nem Puncte des Gegenstandes ausgehen, sich auch wieder in einem Puncte vereinigen. Aber da rothes Licht am wenigsten, violettes am meisten gebrochen wird, so wird ein aus rothen Strahlen bestehendes Bild am weitesten hinter dem Glase, und ein violettes am nächsten am Glase entstehen, zwischen beiden aber die übrigen Farbenstrahlen ihre Bilder machen. Ferner wenn das Glas einige beträchtliche Breite hat, so werden die Strahlen die unendlich nahe an der Axe einfallen, ein entlegeneres; diejenigen aber welche weiter von der Axe einfallen, ein näheres Bild machen.

Die Abweichung der Strahlen wegen der verschiedenen Brechbarkeit des Lichts oder wegen der Farben*) ist bei den optischen Werkzeugen beträchtlicher, als die wegen der Gestalt der Gläser.**) Jene hat man daher in neuern Zeiten mit gutem Erfolge durch Zusammensezzung der Gläser aus verschiedenen Glasarten zu heben gesucht. Die Natur hat im menschlichen Auge eben dieses Mittel, nemlich Zusammensetzung verschiedener Flüssigkeiten angewendet.

Das Auge.

§. 51. *Erklärung.* Das *Auge* ist ein beynahe kugelförmiges, aus verschiedenen Häuten bestehendes Behältniss, welches inwendig mit

---

*) Aberratio ob diversam refrangibilitatem.

**) Aberratio ob figuram lentium.

verschiedenen Flüssigkeiten angefüllt ist; worin die durch eine durchsichtige Haut einfallenden Lichtstrahlen gebrochen werden, so dass auf dem Boden des Behältnisses Bilder der äussern Gegenstände entstehen, welche vermittelst der Nerven empfunden werden.

Die 111te Figur stellt einen Durchschnitt dieses bewunderungswürdigen Organs dar. Die wesentlichen Theile sind folgende.

I. *Die Häute.*

Die *Hornhaut* (tunicä cornea) ist der vördere durchsichtige Theil der äussern Wand des Auges, sie ist etwas hervorragend oder ein Segment einer Kugel von kleinerm Halbmesser, als der übrige Theil des Behältnisses. In der Figur ist O ihre Mitte und sie erstreckt sich etwa bis S

Die *harte Haut* (tunica sclerotica) macht die übrige äussere Wand des Behältnisses aus, die in der Figur mit S ringsherum bezeichnet ist. Sie ist zähe und undurchsichtig: die Hornhaut ist eine Fortsetzung derselben. Die harte Haut ist weiss; Einige schreiben jedoch die weisse Farbe der äussern Fläche des Auges einer eignen weissen Haut (tunica albuginea) zu; Andere läugnen das Daseyn derselben.

Die *Aderhaut* (tunica choroidea) auch die braune Haut oder Gefässhaut genannt, liegt unmittelbar unter der harten Haut, mit welcher sie

durch eine Menge kleiner Adern zusammenhängt. Sie erstreckt sich ebenfalls bis an die Hornhaut. Einige behaupten, dass die Aderhaut wenigstens in den Augen verschiedener Thiere sich in zwei Häutchen theilen lasse, wovon die innere tunica Ruyschiana genannt wird.

Die *Regenbogenhaut*, (Iris) auch Traubenhaut (tunica uvea) genannt, welcher leztere Name besonders der hintern Fläche gegeben wird. In der Figur ist ihr Durchschnitt bei i angegeben. Sie ist nach Einigen eine Fortsezzung der Aderhaut, nach Andern eine besondre Haut, die mit der harten Haut zusammenhängt. Sie ist in einiger Entfernung hinter der Hornhaut ausgespannt, durch welche man sie erblickt. In ihrer Mitte ist ein kreisförmiges Loch, die *Pupille* genannt. Die Iris hat in verschiednen Augen verschiedne Farben gewöhnlich blau oder braun. Von der Mitte nach dem Umfange sieht man Fasern, die sich bei starkem Lichte ausdehnen, wodurch die Pupille kleiner wird, bei schwachem Lichte umgekehrt.

Die *Netzhaut*, (tunica retina) auch Markhaut genannt, bekleidet den Boden des Auges etwa von M bis R. Sie ist dünn und weich und besteht aus einer Verbreitung des Markes des *Sehnerven* MN, der bei M ins Auge eintritt.

II. *Die Feuchtigkeiten.*

Die *wässerichte Feuchtigkeit* (humor aqueus) eine dünne, durchsichtige Feuchtigkeit, welche den Raum A, oder die vördere Kammer des Auges, zwischen der Hornhaut und der Iris ausfüllt, und macht, dass die Hornhaut ihre Rüindung behält. Sie dünstet durch die Hornhaut aus, wird aber immer wieder ersetzt, auch dann, wenn sie durch eine Verletzung herausgeflossen ist.

Die *Krystalllinse*, (lens crystallina) hinter der Iris ist ein mehr fester als flüssiger, gallertartiger Körper von der Gestalt eines auf beiden Seiten convexen Glases, daher sie den Namen erhalten hat. Sie ist in einer durchsichtigen Kapsel eingeschlossen, welche durch die Strahlenfasern (processus ciliares) mit der Aderhaut zusammenhängt. Die hintere Seite ist erhabener als die vordere, überhaupt aber ist sie bei jungen Personen erhabener, als bei alten; auch wird sie im Alter gelblicht.

Die *glasartige Feuchtigkeit*, (humor vitreus) eine weiche, gallertartige Masse, die den grössten Raum des Auges V hinter der Krystalllinse ausfüllt. Sie ist in einem Häutchen eingeschlossen, welches auch in der Masse selbst verschiedene Cellen bildet.

§. 52. *Zusatz.* Der Durchmesser des ganzen Auges beträgt bei einem erwachsenen Menschen ungefähr 1 Zoll.

Der Halbmesser der Krümmung der Hornhaut = 3,3 Linien.

Der Halbmesser der Krümmung der Vorderfläche der Krystalllinse = 3,3 Linien.

Der Halbmesser der hintern Fläche = 2,5 Linien.

Die grösste Dicke der Krystalllinse = 1,8 Linien.

Diese Abmessungen sind nur ungefähr das Mittel aus mehrern Beobachtungen, welche vorzüglich von *Petit* angestellt sind.

Der Augapfel liegt in der Augenhöhle, wird vorne durch die Augenlieder bedekt, und ist durch sechs Muskeln nach allen Richtungen hin beweglich.

§. 53. *Zusatz.* Aus der eben beschriebenen Structur des Auges erhellet, wie es zum Sehen diene. Strahlen, die von einem Puncte P (Fig. 12) durch die Hornhaut einfallen, werden zuerst in der wässerichten Feuchtigkeit gebrochen, hierauf werden diejenigen, welche nicht von der Iris aufgehalten werden, in der Krystalllinse und glasartigen Feuchtigkeit wiederum gebrochen und vereinigen sich in einem Puncte p, welches dann das Bild von P ist.

§. 54. *Zusatz.* Ein Punct wird deutlich gesehen, wenn der Vereinigungspunct seiner

Strahlen genau auf den Boden des Auges trift. Vereinigen sich die Strahlen vor der Netzhaut in der glasartigen Feuchtigkeit, so durchkreuzen sie sich daselbst und kommen divergirend auf die Netzhaut, so dass das Licht, was von einem Puncte herrührt, auf der Netzhaut in einem beträchtlichen Raum verbreitet wird. So auch im umgekehrten Falle, wenn die Strahlen sich erst hinter der Netzhaut vereinigen würden. Der Punct wird also nicht als ein Punct empfunden: folglich eine Linie auch nicht als eine Linie, mithin erscheinen die Gränzen der Gegenstände dem Auge in solchem Falle rauh und unbestimmt, es sieht undeutlich.

§. 55. *Zuzatz.* Da nahe Gegenstände ein entfernteres Bild, entferntere Gegenstände ein näheres Bild machen, so müssen in einem Auge, welches Gegenstände in verschiedenen Entfernungen deutlich sieht, Veränderungen vorgehen.

Um nahe Gegenstände deutlich zu sehen, müsste sich entweder das Auge verlängern, so dass die Weite von der Hornhaut oder von der Krystalllinse bis zur Netzhaut grösser wird; oder die Krystallinse müsste etwa convexer werden.

Um entfernte Gegenstände deutlich zu sehen, müsste sich entweder das Auge verkürzen, oder die Krystalllinse müsste flächer werden.

§. 56. *Zusatz.* Gute Augen sehen sowohl entfernte als nahe Gegenstände deutlich. Die grösste Nähe indessen, wo ein gutes Auge noch deutlich sieht, pflegt etwa acht Zoll zu seyn, Kurzsichtige sehen in einer grössern Nähe deutlich, hingegen in einiger Entfernung undeutlich. Mit Weitsichtigen verhält es sich umgekehrt.

Der Fehler der Kurzsichtigkeit rührt daher, dass die Entfernung der Netzhaut von der Krystalllinse zu gross, oder die Krystalllinse zu convex für entlegene Gegenstände ist, deren deutliche Bilder also vor der Netzhaut fallen.

Der Fehler der Weitsichtigkeit rührt daher, dass die Entfernung der Netzhaut von der Krystalllinse zu klein oder die Krystalllinse zu flach für nahe Gegenstände ist, deren deutliche Bilder also hinter die Netzhaut fallen würden.

§. 57. *Zusatz.* Da die Krystalllinse im Alter wegen geringern Zuflusses der Säfte flächer wird, so ist bei alten Personen der Fehler der Weitsichtigkeit gewöhnlicher, als bei jungen. Junge Personen können sich hingegen den Fehler der Kurzsichtigkeit leicht zuziehen, wenn sie viel auf nahe Gegenstände sehen, wodurch die Augen das Vermögen verlieren, sich für entlegene Gegenstände einzurichten, (welches heutiges Tages sehr gewöhnlich ist, da unsere

Erziehung viel Lesen, Schreiben, Zeichnen u. dgl. in der Jugend erfordert).

§. 58. *Zusatz.* Da man, um mit beiden Augen einen Punct zu sehen, die Augenaxen nach demselben hinrichtet, so erfordert das Nahesehen zugleich eine sehr convergirende Richtung der Augenaxen; dagegen, um einen sehr entfernten Gegenstand zu sehen, die Augenaxen eine fast parallele Lage haben. Mit dem Fehler der Kurzsichtigkeit pflegt daher auch oft das Unvermögen der äussern Augenmuskeln verbunden zu seyn, die Augenaxen parallel zu richten. Die Erfahrung lehrt nun, dass diejenigen Gegenstände, die weiter oder näher liegen, als der, auf welchen die Augenaxen gerichtet sind, oder die nicht im *Horopter* liegen, nicht einfach sondern doppelt erscheinen. Daher kurzsichtige Personen entlegene Gegenstände nicht nur undeutlich, sondern auch oft doppelt sehen.

§. 59. *Zusatz.* Die Krystalllinse ist nicht zum Sehen überhaupt, wohl aber zum Deutlichsehen nothwendig. Sie verdunkelt sich manchmal und wird undurchsichtig. In diesem Falle wird sie durch eine geschickte chirurgische Operation, die man das Stahrstechen nennt, herausgenommen. Diejenigen Personen, denen der Stahr *) gestochen ist, können zwar

*) Man sollte nicht *Stahr* sondern *Starr* schreiben, weil das Wort von dem Starrsehen solcher Personen herrührt.

wieder sehen, aber undeutlich; denn weil die übrigen Feuchtigkeiten des Auges die Strahlen nicht stark genug brechen, so werden selbst Parallelstrahlen, das heisst solche, die von sehr weit entlegenen Puncten kommen erst hinter der Netzhaut vereinigt. Strahlen, die bei solchen Augen auf der Netzhaut vereinigt werden sollen, müssen convergirend ins Auge kommen. Ohne künstliche Mittel ist es aber unmöglich, dass Strahlen, die von einem Puncte ausgehen, convergirend ins Auge fallen.

§. 60. *Zusatz.* Mangel des Gesichts kann auch von Unempfindlichkeit der Netzhaut oder der Sehnerven herrühren, dies ist der schwarze Stahr, der durch keine chirurgische Operation zu heben ist.

§. 61. *Erfahrung.* Scharfsehen ist vom Deutlichsehen wohl zu unterscheiden. Scharfe Augen sind solche, die Gegenstände unter einem sehr kleinen Sehewinkel gewahr werden. Der kleinste Sehewinkel, unter welchem die meisten Augen noch einen Gegenstand, der nicht starkes Licht giebt, wie etwa einen schwarzen Punct, gewahr werden, wird nicht viel unter einer Minute betragen. Für scharfe Augen etwa $\frac{1}{2}$ Minute. Gegenstände, die starkes Licht geben, zum Beispiel Fixsterne *), werden aber

*) Bei Fixsternen ist der Sehewinkel noch nicht einmal 1″.

unter viel kleinern Winkeln gesehen; weil sich ihr Bild auf der Netzhaut ausbreitet.

§. 62. *Zusatz.* Bei einem gegebenen Sehewinkel lässt sich die Grösse des Bildes auf der Netzhaut bestimmen. Bei einem Sehewinkel von 40″ ergiebt sich die Grösse des Bildes auf der Netzhaut $= \frac{1}{8000}$ Zoll.

§. 63. *Zusatz.* Bei einer Entfernung, die 5000 mal grösser ist, als der Durchmesser des Objects, beträgt der Sehewinkel ungefähr 40 Secunden. Eine Allee, die 5000 mahl so lang als breit ist, scheint in einen Punct zusammen zulaufen.

§. 64. *Erfahrung.* Derjenige Gegenstand, nach welchem die Axe des Auges gerichtet ist, wird am genauesten gesehen; doch können wir noch andere Gegenstände ziemlich gut gewahr werden, die von der Axe ringsherum nicht über 45° entfernt liegen. Das Gesichtsfeld, was wir übersehen, beträgt also etwa 90°. Indess ist dies nur eine ungefähre Bestimmung, auch ist es nicht für alle Augen einerlei.

§. 65. *Erfahrung.* Man mache drei schwarze Flecke etwa 1 Linie im Durchmesser und jeden vom andern etwa 2 Zoll entfernt auf dem Papiere, halte das Papier in gewöhnlicher Leseweite etwa 10 Zoll vom linken Auge, indem man das rechte verschliesset, so dass man

gerade vor sich auf den mittelsten Fleck sehe, da man denn alle drei Flecke sieht (§. 64.). Sodann wende man, ohne den Kopf zu drehen, das linke Auge nach dem Fleck rechter Hand, so wird der mittelste Fleck verschwinden, da man doch den Fleck linker Hand noch gewahr wird.

Dieser Versuch wurde 1668 zuerst vom *Mariotte* mit weissen Stücken Papiers an einer dunkeln Wand angestellt. Mit drei Lichtflammen gelingt er ebenfalls, nur muss die Entfernung grösser genommen werden, immer etwa fünfmal so gross, als die Weite der Objecte von einander.

§. 66. *Zusatz.* Es folgt hieraus, dass es eine Stelle im Auge geben müsse, welche gegen das Licht unempfindlich ist. Genaue Untersuchungen, vornehmlich von *Le Cat* angestellt, haben gelehrt, dass es die Stelle M Fig. 11 sey, wo der Sehnerve ins Auge eintritt; dass sie kreisförmig sey, dass ihr Durchmesser etwa $\frac{1}{7}$ von dem Durchmesser des Auges betrage, und dass sie etwa um $\frac{7}{23}$ dieses Durchmessers des ganzen Auges von dem Puncte, wo die Augenaxe eintrifft, entfernt liege.

§. 67. *Anmerkung.* Dass es mit dem Sehen auf die §. 43 beschriebene Art zugehe, hat zuerst *Kepler* entdeckt und *Scheiner* augenscheinlich an Thieraugen gezeigt, von denen

er hinten die Häute bis auf die Netzhaut weggeschnitt, ein Versuch, der nur einer geschickten Hand gelingt. Die Begriffe der Alten vom Sehen waren sehr verworren.

§. 68. *Anmerkung.* Mancherlei Erscheinungen, zum Beispiel die zufälligen Farben, die Lichtstrahlen, die beim Blinzeln aus einer Lichtflamme auszufahren scheinen, wie auch das Schielen, Schiefsehen und andre mehr können hier nicht erörtert werden.

Augengläser.

§. 69. *Erklärung.* *Augengläser* nennt man einfache Gläser, die dazu dienen, dass Kurzsichtige entfernte, und Weitsichtige nahe Gegenstände *deutlich* sehen.

§. 70. *Zusatz.* Für Kurzsichtige thut ein Hohlglas diese Dienste: denn dieses bringt Strahlen, die von einem entfernten Puncte P Fig. 9 herkommen, so ins Auge, als ob sie aus einem nahen Puncte p kämen. Der Strahl, der ohne Glas nach der Richtung PE in das Auge käme, würde sich zu nahe hinter der Krystalllinse mit der Axe PO vereinigen. Der durch das Hohlglas gebrochene Strahl aber, der nach der Richtung pG in das Auge kömmt, vereinigt sich weiter hinter der Krystalllinse auf der Netz-

haut mit der Axe und giebt daselbt ein deutliches Bild des Punctes P.

§. 71. *Zusatz.* Weitsichtige hingegen müssen sich, um nahe Gegenstände deutlich zu sehen, eines erhabenen Glases bedienen, denn dieses bringt Strahlen, die vom nahen Puncte P Fig. 13 nach der Richtung PE ohne Glas ins Auge kommen würden, so in dasselbe, als ob sie aus dem entfernten Puncte p nach der Richtung pG kämen.

§. 72. *Aufgabe. Für ein gegebenes Auge die Gestalt des Glases zu finden, welches demselben zum Augenglase dienen soll.*

Auflösung. Es sey Ap = v die Weite, in welcher das Auge ohne Glas noch deutlich sehen kann; hingegen AP = b eine Weite, in der es nicht mehr deutlich sieht. Das Glas muss also so beschaffen seyn, dass Strahlen von P so ins Auge kommen, als wenn sie von p kämen, oder so, dass p das geometrische Bild von P ist. Man sucht die Brennweite = f, die ein solches Glas haben müsse. Da hier der Vereinigungspunct p vor dem Glase liegen soll, so setze man in der §. 40 gefundenen Formel

v negativ, also $-v = \frac{bf}{b-f}$ Man erhält also

$bf = vf - bv$, oder $bv = vf - bf = (v-b)$

f und hieraus $f = \frac{vb}{v-b}$

§. 73. *Zusatz.* Weitsichtige Augen verlangen v grösser als b, also bleibt der Ausdruck positiv, das heisst, das Glas muss convex seyn.

Kurzsichtige Augen verlangen v kleiner als b, also wird der Ausdruck negativ, das heisst, das Glas muss concav seyn.

§. 74. *Zusatz.* Um die Augen nicht noch mehr zu verwöhnen, muss ein Weitsichtiger v so klein als es angeht, ein Kurzsichtiger aber muss v so gross, als es angeht, nehmen; woraus folgt, dass Beide sich solche Gläser wählen müssen, welche die grösste Brennweite haben, die noch mit der verlangten Deutlichkeit bestehen kann. Wollte ein Weitsichtiger alles durch Parallelstrahlen sehen, das heisst, wollte er $v = \infty$ nehmen, so verschwände in dem Nenner b gegen v und es wäre $f = \frac{vb}{v} = b$, das heisst, er brauchte nur den Gegenstand in den Brennpunct des Convexglases zu setzen, und somit wäre ihm jedes Glas gleichgültig, wenn es nur convex wäre.

Will ein Kurzsichtiger die entferntesten Gegenstände, welche Parallelstrahlen ins Auge schicken, deutlich sehen, so wird in der Formel §. 72. $b = \infty$ also verschwindet im

Nenner v gegen b; mithin wird $f = \frac{vb}{-b} = -v$

das heisst: *die negative Brennweite des Hohlglases muss so gross seyn, als die grösste Weite, in der er noch deutlich sieht.* Nach dieser Regel pflegen auch gewöhnlich die Gläser, die für ein gewisses Auge dienen sollen, ausgesucht oder geschliffen zu werden.

§. 75. *Zusatz.* Die Absicht bei den Augengläsern ist bloss Deutlichkeit; übrigens wird der Sehewinkel in etwas durch dieselben verändert. Convexgläser vergrössern, Concavgläser verkleinern. Ohne Glas würde das Auge einen Gegenstand PQ Fig. 14. unter dem Sehewinkel POQ sehen. In so fern wir nemlich bloss die Brechung in der Krystalllinse betrachten, wäre QO der Hauptstrahl und gienge ungebrochen durch. Das Bild auf der Netzhaut würde den Raum PQ einnehmen. Wird aber ein Convexglas vor das Auge gehalten, so wird QO in S nach ST gebrochen und ST ist nun nicht mehr der Hauptstrahl; hingegen ein anderer Strahl QR wird jetzt Hauptstrahl, denn er wird nach der Richtung RO gebrochen, die Mitte der Krystalllinse treffen, also ungebrochen durchgehen, und in q auf die Netzhaut kommen, wo sich Tq mit ihm vereinigt. Der Sehewinkel, unter dem also der Gegenstand durch das Glas erscheint, ist POR;

das Bild auf der Netzhaut nimmt den Raum pr ein.

Mit dem Hohlglase ist es umgekehrt.

Mikroskope.

§. 76. *Erklärung.* *Vergrösserungsgläser* oder *Mikroskope* sind solche Gläser, durch welche man kleine und nahe Gegenstände gross und deutlich sehen kann.

§. 77. *Zusatz.* Man könnte zwar auch sehr kleine Gegenstände mit blossem Auge unter einem grossen Gesichtswinkel sehen, wenn man sie sehr nahe an das Auge brächte, allein man würde sie dann wegen ihrer zu grossen Nähe undeutlich sehen. Eine convexe Glaslinse von kurzer Brennweite bewirkt nun, wenn man das Object in ihren Brennpunct, folglich nahe an das Auge, setzt, dass die von einem Puncte ausgehenden Strahlen *parallel* ins Auge kommen, und sich folglich in einem Puncte auf der Netzhaut vereinigen. (Hier, wie bei andern optischen Werkzeugen, nimmt man gute Augen an, d. h. solche, die durch Parallelstrahlen deutlich sehen; für andere Augen lassen sich dann die nöthigen Änderungen leicht angeben.)

Eine solche einfache Glaslinse von kurzer Brennweite giebt also ein *einfaches Mikroskop* ab.

§. 78. *Aufgabe. Zu finden, wie vielmal ein einfaches Mikroskop vergrössert.*

Auflösuug. Es sey OP Fig. 15 die kleinste Weite, wo noch das Object PQ ohne Glas deutlich gesehen werden kann, Op aber die Brennweite des Glases. POQ ist also der grösste Sehewinkel, unter dem das Object ohne Glas gesehen wird, dagegen es mit dem Glase unter dem viel grössern Sehewinkel pOq zu sehen verstattet ist. Es verhält sich aber

$$OP : PQ = \text{sin. tot.} : \text{tang. } POQ$$

$$\text{und } \underline{pq : Op = \text{tang. } pOq : \text{sin. tot.}}$$

$$\text{also } OP : Op = \text{tang. } pOq : \text{tang. } POQ.$$

oder wegen Kleinheit der Winkel

$$OP : Op = pOq : POQ$$

$$\text{also } \frac{OP}{Op} = \frac{pOq}{POQ}. \text{ das heisst: das Mikroskop}$$

vergrössert so viel mal, als die Brennweite desselben in der Weite des deutlichen Sehens (gewöhnlich 8″) enthalten ist.

§. 79. *Zusatz.* Hieraus folgt, dass eine Glaslinse um desto mehr vergrössern müsse, je kleiner ihre Brennweite ist. Diejenige Vergrösserung, welche §. 75 erwähnt wurde, kömmt hier wenig oder gar nicht in Betrachtung.

§. 80. *Anmerkung.* Kleine geschmolzene Glaskügelchen zu Mikroskopen zu gebrauchen,

versuchte zuerst *Hartsoeker* um das Jahr 1668. D. *Hook* hatte es schon vorher vorgeschlagen. Die kleinsten Kügelchen verfertigte *di Torre* in Neapel um das Jahr 1765. Die kleinste hatte nur $\frac{1}{240}$ Zoll im Durchmesser. Ein solches Glaskügelchen hätte mithin eine Brennweite $= \frac{1}{240} = \frac{1}{96}$". Die Weite des Objekts vom Mittelpunct des Kügelchens wäre $= \frac{3}{96} = \frac{1}{32}$ (Bei der Kugel darf nämlich die Dicke des Glases nicht aus der Acht gelassen werden.) Das Mikroskop müsste also 320 . 8 = 2560 mal vergrössern. Allein man fand so kleine Kügelchen unbrauchbar und zu angreifend für das Auge.

§. 81. *Erklärung.* Zusammengesetzte Mikroskope sind solche, die aus mehrern Gläsern bestehen. Es giebt mancherlei Arten ihrer Zusammensetzung.

§. 6. *Zusatz.* Ein aus zwei Convexgläsern zusammengesetztes Mikroskop ist in der 16 Figur vorgestellt. Die Linse in C heisst das Objectivglas, die in K das Ocularglas.

Das Object PQ steht etwas ausserhalb der Brennweite des Objectivglases. Dieses macht also ein umgekehrtes Bild pq. Ist nun der Ort dieses Bildes in der Gegend des Brennpunctes des Oculars, so kommen die von jedem Puncte des Bildes herrührenden Strahlen, nach der Brechung im Ocular, parallel in das Auge O,

mithin sieht das Auge das Bild *deutlich* (unter der §. 77 erwähnten Voraussetzung). Es sieht aber dieses Bild auch unter einem grössern Sehewinkel, und diese Vergrösserung wird folgendermassen zu bestimmen seyn.

§. 83. *Aufgabe. Zu finden, wie vielmal ein zusammengesetztes Mikroskop* (wie Fig. 16.) *vergrössert.*

Auflösung. Da PC nur um etwas Weniges grösser als die Brennweite ist, so würde ein Auge, welches unmittelbar hinter C stände, das Object schon so vielmal vergrössert sehen, als PC in 8 Zoll enthalten ist; diese Vergrösserungszahl mag = m seyn.

Durch das Ocularglas aber sieht das Auge das Bild pq unter dem Sehewinkel pKq, denn da das Bild im Brennpuncte des Oculars steht, so gehen die von q herrührenden Strahlen wie MO alle unter einander, also auch mit dem Hauptstrahl qk parallel.

Nun verhält sich aber

Kp : pq = sin. tot. : tang. pKq

und pq : pC = tang. pCq : sin. tot.

folglich Kp : pC = tang. pCq : tang. pKq.

oder wegen Kleinheit der Winkel

Kp : pC = pCq : pKq

oder weil pCq = PCQ

Kp : pC = PCQ : pKq

Gesetzt also, pC sey n mal grösser, als Kp, so ist auch pKq n mal grösser, als PCQ.

Da nun, in so fern C als ein einfaches Mikroskop betrachtet wurde, PCQ schon m mal grösser, als der Sehewinkel war, unter welchem das Object mit blossen Augen in der Entfernung von 8 Zoll gesehen würde, so ist der Sehewinkel, pKq, unter dem man das Bild durch das zusammengesetzte Mikroskop sieht m . n mal grösser, als der, worunter der Gegenstand mit blossen Augen deutlich erscheinen könnte.

§. 84. *Anmerkung.* Andere zusammengesetzte Mikroskope werden auf ähnliche Art beurtheilet. Hier kann Obiges genügen.

Teleskope.

§. 85. *Erklärung.* *Ferngläser, (Teleskope)* auch Fernröhre genannt, sind solche Vorrichtungen, wodurch entfernte Gegenstände deutlich und unter einem grössern Sehewinkel, als mit blossen Augen gesehen werden.

§. 86. *Anmerkung.* Teleskope (worunter wir hier bloss dioptrische verstehen) sind immer aus zwei oder mehrern Gläsern zusammengesetzt. Es sind zu bemerken das *Sternrohr*, das *Galilaeische* und das *Erdfernrohr*.

§. 87. *Erklärung.* Das *Sternrohr* ist ein Teleskop, welches aus einem convexen Objectiv von grosser Brennweite und einem gleichfalls-convexen Ocular von kleinerer Brennweite besteht.

§. 88. *Zusatz.* PC und QC Fig. 17 sind zwei Hauptstrahlen, die von dem entfernten Object auf das Objectiv fallen und ungebrochen durchgehen. Alle von dem Puncte P auf das Objectiv kommende Strahlen gehen wegen grosser Entfernung des Gegenstandes parallel mit PC und so auch alle von Q herkommende Strahlen gehen parallel mit QC. Sie vereinigen sich folglich in der Brennweite des Objectivs, und es entstehet daselbst ein umgekehrtes Bild pq. Ist nun das Ocular so gestellt, dass sein Brennpunct mit dem des Objectives zusammenfällt, so kommen die in p und q sich durchkreuzenden Strahlen nach der Brechung im Ocular parallel in das hinter dem Ocular befindliche Auge, dieses sieht mithin das Bild pq *deutlich*. Zugleich sieht es dasselbe unter einem grössern Sehewinkel, und diese Vergrösserung wird folgendermaassen zu bestimmen seyn.

§. 89. *Aufgabe. Zu finden, wie vielmal das Sternrohr vergrössere.*

Auflösung. Ohne Glas würde ein Auge in C den entfernten Gegenstand unter dem Sehewinkel PCQ = pCq erblicken. Mit dem Glase

aber sieht es das Bild unter dem Sehewinkel pKq. Es erhellet nun wie im §. 83, dass pCq : pKq = pK : pC, das heisst: das Sternrohr vergrössert so vielmal, als die Brennweite des Oculars in der Brennweite des Objectivs enthalten ist.

§. 90. *Anmerkung.* Da es die Gegenstände umgekehrt zeiget, so ist es bei Gegenständen auf der Erde unbequem zu gebrauchen. Man bedient sich daher desselben nur zu Beobachtungen der Himmelskörper, wo nichts daran gelegen ist, dass sie in entgegengesetzter Lage erscheinen, daher der Name Sternrohr.

§. 91. *Erklärung.* Das *Galilaeische* Fernrohr besteht aus einem convexen Objectiv von grosser Brennweite und einem concaven Ocular von kleiner Brennweite.

§. 92. *Zusatz.* PC und QC Fig. 18 sind zwei Hauptstrahlen, die von dem untersten und obersten Puncte des Objects auf das Objectivglas fallen. Die Brennweite des Objectivs ist Cp, es würde also in p ein umgekehrtes Bild pq entstehen, wenn nicht die Strahlen von dem concaven Ocular aufgefangen würden. Dieses ist so gestellt, dass sein Zerstreuungspunct mit dem Brennpunct des Objects in p zusammenfällt.

So wie nun aber Parallelstrahlen durch ein Hohlglas so gebrochen werden, als wenn sie

aus dem Zerstreuungspuncte kämen, so werden auch umgekehrt Strahlen, die nach dem Zerstreuungspuncte zugehen, nach der Brechung parallel. Mithin kommen die von P und Q herrührenden Strahlen parallel ins Auge, und dieses sieht also den Gegenstand *deutlich.* Weil ferner der Strahl von Q nach der Richtung MN als von einem Puncte *über* der Axe ins Auge kommt, so erscheint der Gegenstand *aufrecht.*

§. 93. *Aufgabe. Zu finden, wie vielmal das Galilaeische Fernrohr vergrössere.*

Auflösung. PCQ = pCq wäre der Sehewinkel ohne Glas. Mit dem Glase aber erhält das Auge die von Q herkommenden Strahlen in der Richtung MN oder LK; also ist der Sehewinkel mit dem Glase LKO = pKq.

Es ist aber

Cp : pq = sin. tot. : tang. pCq

und pq : Kp = tang. pKq : sin. tot.

---

also Cp : Kp = tang. pKq : tang. pCq

oder wegen Kleinheit der Winkel

Cp : Kp = pKq : pCq

das heisst: das Fernrohr vergrössert so vielmal, als die negative Brennweite des Oculars Kp in der Brennweite des Objectivs Cp enthalten ist.

§. 94. *Erklärung.* Das gewöhnliche *Erdfernrohr* besteht aus einem convexen Objectivglase von grosser Brennweite und aus drei Oculargläsern von kleinerer Brennweite.

§. 95. *Zusatz.* Das Objectiv bei C und erste Ocular bei K Fig. 19 können als Sternrohr betrachtet werden. Zu diesem kommen nun noch zwei Oculargläser hinzu. Die Strahlen, welche, wie bei dem Sternrohr, bei M parallel ausgehen, fallen bei N auf das zweite Ocular, und vereinigen sich in dessen Brennweite. Es entsteht also ein zweites aufrechtes Bild in p"q". Das dritte Ocular steht so, dass sein Brennpunct mit dem Brennpuncte des vorigen Oculars zusammenfällt, mithin kommen die von p" und q" ausgehenden Strahlen parallel in das Auge in O" und der Gegenstand oder vielmehr dessen zweites Bild wird *deutlich* und *aufrecht* gesehen.

§. 96. *Zusatz.* Die beiden letzten Oculare sollen nur dazu dienen, den Gegenstand *aufrecht* zu sehen. Sie sind daher gewöhnlich von gleicher Brennweite und tragen nichts weiter bei zur *Vergrösserung*, welche letztere also wie bei dem Sternrohr zu beurtheilen ist. Indessen kann auch durch diese beiden Oculargläser noch Vergrösserung erhalten werden, wenn das letzte am Auge eine kleinere Brennweite hat, als das mittelste.

§. 97. *Anmerkung.* Die wichtige Erfindung der Fernröhre hat man am wahrscheinlichsten dem *Zacharias Jansen*, einem Brillenmacher in Middelburg, zu danken, der schon um

das Jahr 1590 dergleichen verfertigt haben soll. Im Jahr 1609 wurde die Erfindung ausser Holland bekannter. *Galilaei*, der davon hörte, brachte durch eigenes Nachdenken das §. 91 nach ihm benannte Fernrohr zu Stande. *Kepler* gab zuerst richtige Erklärungen von der Wirkung dieses Instruments und gab das Sternrohr an, welches *Scheiner* ausführte und welches also das Keplersche Fernrohr genannt werden kann. *Rheita* erfand das Erdfernrohr. *Huygens* gab eine Vorrichtung an, die *Gläser ohne Röhren* zu gebrauchen, weil letztere bei sehr langen Fernröhren unbequem fielen. Umgekehrt kann man auch durch *Röhren ohne Gläser* entfernte Gegenstände etwas besser als mit blossen Augen sehen; indessen verdienen diese deswegen nicht Fernröhre genannt zu werden. Zu den sehr langen Fernröhren wurden vor den neuern Verbesserungen Objectivgläser von sehr grossen Brennweiten gebraucht. Die, welche *Campani* in Bologna verfertigte, sind die berühmtesten. Sie hatten eine Brennweite von hundert Pariser Fuss und drüber.

§. 98. *Anmerkung.* Eine Menge hieher gehöriger Lehren von der *Helligkeit*, von dem *Gesichtsfelde*, von der *Blendung*, von der *Länge* der Fernröhre, (die sich wie das Quadrat der Vergrösserung verhält) von den *Unvollkommenheiten* wegen doppelter Abweichung der Lichtstrahlen, und den Mitteln, wie

man ihnen abzuhelfen suchte, welches insbesondre durch die neuern *achromatischen* Fernröhre gelang, die *Dollond*, durch *Euler* veranlasst, zuerst 1755 vermittelst Objective von *Kron*- und *Flintglas* verfertigte, von den *Binocularteleskopen*, alle diese Dinge erlauben uns die Gränzen dieses Lehrbuchs bloss zu *erwähnen*. Auch die *Camera obscura*, *Laterna magica* und das *Sonnenmikroskop* überlassen wir der mündlichen Beschreibung.

KATOPTRIK.

Grundbegriffe.

§. 1. *Erfahrung.* Wenn ein Lichtstrahl AB Fig. 1. auf einen Spiegel, das heisst, auf eine undurchsichtige polirte Fläche DE fällt, so wird derselbe in gerader Linie so zurückgeworfen, dass der zurückgeworfene Strahl BC mit dem einfallenden AB in einerlei Ebne ist, die auf den Spiegel senkrecht steht, und worin sich auch das Eintallsloth FB befindet. DE ist der Durchschnitt dieser Reflexionsebne mit einem ebnen Spiegel.

§. 2. *Erfahrung.* Der Neigungswinkel ABF, welchen der einfallende Strahl mit dem Einfallslothe macht, ist gleich dem Reflexionswinkel FBC, welchen der zurückgeworfene Strahl mit dem Einfallslothe macht, oder der einfallende und zurückgeworfene Strahl machen mit dem Einfallslothe gleiche Winkel.

§. 3. *Zusatz.* Mithin sind auch die Winkel, welche beide Strahlen mit dem ebenen Spiegel DE machen, einander gleich, ABD = CBE.

§. 4. *Anmerkung.* Die obigen Erfahrungen lassen sich am besten in einem verfinsterten Zimmer anstellen, wo man durch eine kleine Öffnung A im Fensterladen einen Strahl auf einen etwa horizontal gelegten ebnen Spiegel DE fallen lässt, da man denn den Weg der beiden Strahlen an den erleuchteten Stäubchen sehen und den Punct C bemerken kann, wo der zurückgeworfene Strahl eine senkrechte Ebne CE trift.

Die Winkel bei B unmittelbar zu messen, würde einige Schwierigkeit haben; hingegen kann die Einrichtung leicht so gemacht werden, dass man die Linien BE und EC, so wie BD und DA messen kann, woraus denn die Winkel bei B leicht gefunden werden.

§. 5. *Zusatz.* Für krumme Spiegelflächen gelten obige beiden Reflexionsgesetze (§. 1; 2;) ebenfalls. Man kann sich die Stelle B Fig. 2. der krummen Fläche als einen unendlich kleinen ebnen Spiegel vorstellen, welcher die Lage hat, die ein ebner Spiegel DE haben würde, der die krumme Fläche in der Stelle B berührte. Man ziehe also die Tangente DE in einer Ebne mit dem einfallenden Strahl, so lässt sich daraus der Weg des zurückgeworfenen Strahls wie vorhin bestimmen.

§. 6. *Zusatz.* Krumme Spiegel können entweder convex oder concav seyn. Für den

Convexspiegel FBG Fig. 2. sey AB der einfallende, BC der zurückgeworfene Strahl; FB das Einfallsloth, so ist ABF = FBC auch ABD = CBE. Für den Concav- oder Hohlspiegel FBG sey HB der einfallende, BK der zurückgeworfene Strahl; BM das Einfallsloth, so ist auch hier HBM = MBK; auch DBH = EBK.

Der Bogen FBG ist der Durchschnitt der Reflexionsebne mit dem krummen Spiegel.

§. 7. *Zusatz.* Ist der Spiegel nach einer Kugelfläche gekrümmt, (ein sphärischer Spiegel) so geht das Einfallsloth FM Fig. 2. durch den Mittelpunct M der Kugel, wonach dann der Weg des zurückgeworfenen Strahls leicht gezeichnet werden kann, ohne dass man die Tangente DE zu ziehen nöthig hat.

§. 8. *Anmerkung.* Ausser *ebnen* und *sphärischen* Spiegeln hat man auch andere krumme Spiegel, *Cylindrische, Conische, Parabolische.*

Die Materien, aus welchen sie gemacht werden, können mancherlei seyn. Jeder harte Körper, der eine gute Politur annimmt, kann einen Spiegel abgeben. Am vorzüglichsten ist Stahl oder Compositionen von Metallen, wozu man auch in neuern Zeiten die Platina gebraucht hat.

Glastafeln auf einer Seite mit einem Amalgama von Quecksilber und Stanniol belegt, giebt die im gemeinen Leben gewöhnlichsten ebnen Spiegel, die jetzt zur Pracht in Italien, Frankreich, Deutschland u. s. w. von ungemeiner Grösse gemacht werden. Auch krumme Spiegel werden von Glas verfertigt.

§. 9. *Zusatz.* Ehe der Lichtstrahl auf die belegte Glasfläche kommt, muss er durch die vördere Glasfläche und durch die Masse des Glases hindurchgehen, daher er erst in dieser, falls er nicht senkrecht einfällt, eine Brechung erleidet. Zu genauen Werkzeugen, wo man bloss Zurückwerfung ohne Brechung von dem Spiegel verlangt, sind daher die Glasspiegel nicht wohl zu gebrauchen.

§. 10. *Zusatz.* Durchtichtige Körper lassen zwar Licht durch; indessen werfen sie doch auch einiges zurück. Die Oberfläche eines durchsichtigen Körpers, zum Beispiel des Wassers, des Glases (ohne dass es belegt ist) giebt also auch einen Spiegel ab. Bei Glasspiegeln, die auf der hintern Fläche belegt sind, geschieht also erstlich eine Zurückwerfung von der vördern unbelegten Fläche, dann eine Brechung des einfallenden Strahls, sodann die Zurückwerfung von der hintern belegten eigentlichen Spiegelfläche, endlich eine Brechung des von dieser Fläche zurückgeworfenen Strahls.

§. 11. *Zusatz.* Körper, die nicht für sich leuchtend sind, sehen wir nicht anders, als durch Licht, welches von einem selbstleuchtenden Körper und durch ein- oder mehrmalige Zurückwerfung ins Auge kommt. Ist eine Fläche rauh, so kann man sie als eine Menge kleiner Flächen von verschiedener Lage ansehen, von denen folglich das Licht unordentlich zurückgeworfen wird, das heisst so, dass von einer jeden Stelle dieser Fläche nicht bloss von einem sondern von vielen Gegenständen herrührendes Licht ins Auge kömmt.

§. 12. *Erfahrung.* Wenn das Auge so steht, dass der vom Spiegel zurückgeworfene Strahl dasselbe trifft, so sieht es ein Bild des Punctes, von welchem der einfallende Strahl auf den Spiegel kam.

§. 13. *Zusatz.* Von jeder Stelle des Spiegels wird nemlich nur Licht, was von einem Puncte ausgieng, ins Auge gesendet. Hingegen können bei einer rauhen Fläche keine Bilder empfunden werden, weil jede Stelle derselben Licht von mehrern Puncten ins Auge sendet.

Zurückwerfung von ebnen Spiegeln.

§. 14. *Lehrsatz. Wenn man von dem leuchtenden Puncte A Fig. 3. eine senkrechte Linie AD (welche wir das Neigungsloth nen-*

nen) auf den ebnen Spicgel DE zieht; und dieselbe so wie den zurückgeworfenen Strahl BC hinter dem Spiegel verlängert, bis beide sich in a schneiden, so ist Da = DA.

Beweis. In den Dreiecken ADB und aDB sind bei D rechte Winkel, die Linie DB ist beiden gemein, und die Winkel bei B sind einander gleich, weil beide dem Winkel CBE gleich sind, mithin decken sich die Dreiecke, und es ist AD = Da.

§. 15. *Zusatz.* Da dies für alle einfallende Strahlen gilt, so haben die zurückgeworfenen Strahlen eine solche Lage, dass sie rückwärts verlängert in einen Punct a zusammengehen, der in dem Neigungslothe so weit hinter dem Spiegel liegt, als der Punct A, von welchem die Strahlen ausgehen, vor demselben, oder welches einerlei ist, die zurückgeworfenen Strahlen scheinen alle von a wie aus dem Scheitel eines Strahlenkegels auszugehen.

§. 16. *Zusatz.* Ein Auge in C wird daher durch den zurückgeworfenen Strahl BC so gerührt, als wenn der leuchtende Punct in a selbst wäre. So auch ein Auge in G, und in jedem andern Orte, wo nur zurückgeworfene Strahlen hinkommen können. *Alle sehen also einerlei geometrisches Bild des leuchtenden Punctes im Scheitel des zurückgeworfenen Strahlenkegels.*

§. 17. *Zusatz.* So wie Fig. 4. das geometrische Bild von A in a, so liegt auch das von B in b; mithin liegt das Bild a b des ganzen Gegenstandes AB eben so gegen die hintere Seite des Spiegels wie der Gegenstand selbst gegen die vördere Seite, und ist dem Gegenstande gleich und ähnlich.

§. 18. *Zusatz.* Die Richtung der Strahlen wird zwar durch die Zurückwerfung vom ebnen Spiegel verändert, aber nicht ihre Lage *gegeneinander*, das heisst, der Winkel O, unter welchem die zurückgeworfenen Strahlen DO, EO gegen einander geneigt sind, ist gleich dem Winkel P, unter welchem die einfallenden Strahlen AD ; BE gegeneinander laufen würden, wenn kein Spiegel da wäre. Denn wenn man AD ; BE bis P verlängert, so ist in den Dreiecken ODE und PDE die Seite DE gemeinschaftlich, auch, wie man leicht abnehmen wird, die Winkel, die derselben anliegen, in beiden Dreiecken gleich, mithin die Dreiecke deckend und O = P.

§. 19. *Zusatz.* Das Auge in O sieht also das geometrische Bild a b unter einem eben so grossen Sehewinkel, wie ein Auge in P den Gegenstand AB selbst sehen würde. Der Punct P liegt wiederum so weit hinter dem Spiegel, als O vor dem Spiegel, weil in den Dreiecken OEQ ; PEQ die Seiten EO = EP

(wegen §. 18.) die Winkel an E gleich und bei Q rechte Winkel sind.

§. 20. *Zusatz.* Ein senkrechter Spiegel, in dem ein senkrecht stehender Mensch sich ganz sehen will, muss halb so lang seyn, als der Mensch selbst. Das Auge des Menschen sey in O. Es erhellet, dass der Spiegel von D bis E reichen müsse, wenn das Auge noch das Bild des Scheitels A und des Fusses b durch die zurückgeworfenen Strahlen DO ; EO sehen soll. Da nun aber wegen Ähnlichkeit der Dreiecke Aa : AC = 2 : 1 = Oa : OD = ab : DE ist, so ist auch AB : DE = 2 : 1 oder DE = $\frac{1}{2}$ AB.

§. 21. *Anmerkung.* Von Vervielfältigung der Bilder in zwei oder mehrern Spiegeln handelt *Kästner* diss. math. et phys. n. 2. Zwei an einander gehaltene Spiegel, die man wie ein Buch auf- und zumachen kann, verursachen desto mehr Bilder, je kleiner der Winkel ist, unter dem sie gegen einander geneigt sind. Zwei mit einander parallel gestellte Spiegel vervielfältigen die Bilder einer zwischen ihnen gestellten Lichtflamme unzähligemal.

§. 22. *Zusatz.* Strahlen, wie AD ; BE Fig. 4. die nach einem Punct P convergiren, werden von einem ebnen Spiegel durch Zurückwerfung in einen Punct O vereinigt. Wenn man daher innerhalb der Brennweite eines ge-

gen die Sonne gehaltenen Brennglases, welches die Sonnenstrahlen in P vereinigen würde, einen Planspiegel hält, so liegt nun der Brennpunct vor dem Spiegel in O.

Zurückwerfung von krummen Spiegeln.

§. 23. *Aufgabe. Wenn die Lage eines auf einen sphärischen Hohlspiegel MN Fig. 6. einfallenden Strahls PM gegeben ist, die Lage des zurückgeworfenen Strahls Mp zu finden.*

Auflösung. C ist der Mittelpunct, A die Mitte des Spiegels. Gegeben sind der Halbmesser des Spiegels CM = CA; jene CM ist zugleich das Einfallsloth; ferner der Winkel P und die Entfernung PA auch PC = PA — CA.

1) Im Dreiecke PMC ist CM : CP = sin. P : sin. M also sin. $M = \frac{CP \cdot \sin. P}{CM.}$

2) Durch M ist der Winkel ApM = P + 2 M bekannt.

3) Im Dreieck pMC ist CM : CP = sin. p : sin. M also sin. $M = \frac{Cp \cdot \sin. p}{CM}$ oder weil p und ApM als Nebenwinkel einerlei Sinus haben, sin. $M = \frac{Cp \cdot \sin. ApM}{CM}$

4) Aus 1. und 3. hat man also CP . sin. P $= Cp . \sin. ApM$ folglich $Cp = \frac{\sin. P . Cp}{\sin. ApM}$

5) Endlich $Ap = CA - CP$.

§. 24. *Zusatz.* Wenn der Bogen AM sehr klein ist, so kann man (nach Trigon. §. 390.) den sinus totus $= 1$ gesetzt, sagen PA: $AM = 1 : \sin. P$ also $\sin. P = \frac{AM}{AP}$ so auch $\sin. ApM = \frac{AM}{Ap}$. Hieraus erhält man in voriger Auflösung (4) $Cp = \frac{Ap}{AP} . CP$. Man nenne $Ap = x$ $AP = a$; $CP = a - r$; $Cp = r - x$, also $r - x = \frac{x}{a}(a - r)$; hieraus $ar - ax = ax - rx$, ferner $ar = 2ax - rx = (2a - r)x$ und endlich $x = \frac{ar}{2a - r}$. Das heisst also: Um für Strahlen, welche von einem Puncte P in der Axe unter kleinen Winkeln mit der Axe einfallen, die Vereinigungsweite Ap zu finden, *multiplicire man die Entfernung des leuchtenden Punctes vom Spiegel mit dem Halbmesser des Spiegels, und dividire das Product durch die doppelte Entfernung des leuchtenden Punctes weniger dem Halbmesser.* Man kann auch $x = \frac{a . \frac{1}{2} r}{a - \frac{1}{2} r}$ setzen.

§. 25. *Zusatz.* Je grösser a wird, desto mehr nähert sich der Ausdruck $x = \frac{ar}{2a-r}$ dem Werthe $\frac{1}{2}r$. Wird $a = \infty$ so verschwindet im Nenner r gegen 2 a und es ist $x = \frac{ar}{2a} = \frac{1}{2}r$. Für $a = \infty$ ist der einfallende Strahl mit der Axe parallel. Also ein Strahl, der nahe bei der Axe und parallel mit derselben auf den sphärischen Hohlspiegel fällt, wird so zurückgeworfen, dass der zurückgeworfene Strahl die Axe in der Weite des halben Halbmessers von der Mitte des Spiegels schneidet. Dies ist der Fall bei Strahlen, die von einem Punct der Sonne kommen, sie fallen beinahe parallel mit der Axe auf den Spiegel, wenn diese Axe etwa gegen den Mittelpunct der Sonne gerichtet ist, werden in der Weite des halben Halbmessers zusammengebracht und brennen daselbst, daher F der *Brennpunct* des Hohlspiegels und $FA = \frac{1}{2}r$ seine *Brennweite* heisst.

Umgekehrt: *Strahlen, die aus dem Brennpuncte kommen, werden parallel zurückgeworfen.*

§. 26. *Zusatz.* Wenn der einfallende Strahl hinter dem Spiegel mit der Axe zusammenstiesse, also P hinter dem Spiegel mithin a verneint wäre, so würde die Vereinigungsweite

$$x = \frac{-ar}{-2a-r} = \frac{-ar}{-(2a+r)} = \frac{ar}{2a+r} = \frac{a.\frac{1}{2}r}{a+\frac{1}{2}r}.$$

§. 27. *Zusatz.* Ein Planspiegel kann angesehen werden wie ein sphärischer Spiegel von unendlich grossem Halbmesser. Man setze also in der Formel für die Vereinigungsweite $r = \infty$ so wird man die Übereinstimmung mit dem, was oben vom Planspiegel gesagt wurde, bemerken. Wenn nemlich r unendlich gross, a aber eine bestimmte Weite ist, so verschwindet in dem Nenner a gegen r und es wird $x = \frac{ar}{2a-r}$

$= \frac{ar}{-r} = -\frac{ar}{r} = -a$. Die Vereinigungsweite also negativ, das heisst hinter dem Spiegel und der Entfernung des strahlenden Punctes vor dem Spiegel gleich, wie in §. 14.

§. 28. *Zusatz.* Setzt man den Halbmesser des Hohlspiegels wie bisher positiv, so muss man eines Convexspiegels Halbmesser negativ setzen. Wenn man nun in der Formel für die Vereinigungsweite r negativ setzt, so erhält man I) $x = \frac{-ar}{2a+r} = -\frac{a.\frac{1}{2}r}{a+\frac{1}{2}r}$, also bei einem erhabenen Spiegel ist die Vereinigungsweite negativ, wenn a positiv ist, oder der

geometrische Vereinigungspunct liegt hinter dem Spiegel.

II) Fallen die Strahlen parallel ein, so ist $x = -\frac{1}{2}r$. Der geometrische Brennpunct des Convexspiegels liegt in der Weite des halben Halbmessers hinter dem Spiegel.

III) Ist a negativ, so wird x positiv, wenn $a < \frac{1}{2}r$; hingegen wenn $a > \frac{1}{2}r$, so bleibt x negativ.

§. 29. *Zusatz.* Für einen andern strahlenden Punct Q Fig. 6. ist QN das Neigungsloth, oder wie man es auch hier nennen kann, die Axe, und was vorhin von der Vereinigung der von P nahe bei PA einfallenden Strahlen gesagt ist, gilt begreiflich auch für die von Q nahe bei QN einfallenden Strahlen, sie vereinigen sich nemlich ebenfalls in einem Puncte q, so dass

$$qN = x = \frac{ar}{2a - r}.$$

So wird zum Beispiel der auf die Mitte des Spiegels fallende Strahl QA (welcher der *Hauptstrahl* genannt wird) nach q in der Axe QN zurückgeworfen, vorausgesetzt, wie immer, dass AN ein kleiner Bogen sey.

§. 30. *Zusatz.* Wenn eine wirkliche Vereinigung der von einem Puncte einfallenden Strahlen vorgeht, so entsteht in der Stelle, wo

sich die zurückgeworfenen Strahlen vereinigen; ein physisches Bild. Vereinigen sich aber die von einem Punct einfallenden Strahlen nach der Zurückwerfung verlängert hinter dem Spiegel, so sieht man nur ein geometrisches Bild. In Concavspiegeln können beide Arten statt finden, in Convexspiegeln aber nur geometrische.

§. 31. *Anmerkung.* Es würde kein Fehler seyn, wenn wir von den Bildern in krummen Spiegeln nichts weiter erwähnten, weil eine ausführliche Behandlung dieser Lehre hier gar nicht statt finden kann; indessen wollen wir doch ein paar Bemerkungen hier historisch hersetzen.

Bei Planspiegeln kann man den Ort des geometrischen Bildes ohne Schwierigkeit bestimmen, nemlich es ist der *Durchschnittspunct* des rückwärts verlängerten zurückgeworfenen Strahls mit dem Neigungslothe. Dieser Durchschnittspunct ist für alle von einem Puncte herrührenden zurückgeworfenen Strahlen ein und ebenderselbe, er ist also zugleich der *Scheitel* des zurückgeworfenen Strahlenkegels.

Könnte man bei Hohlspiegeln den Scheitel eines zurückgeworfenen Strahlenkegels auch so leicht bestimmen, so hätte die Sache auch hier keine Schwierigkeit, denn daselbst müsste ohne Zweifel der Ort des Bildes seyn, weil alle vom strahlenden Puncte herrührenden Strahlen

durch diesen Scheitel gehen müssten. Allein es lässt sich zeigen, dass es bei Hohlspiegeln nicht thunlich ist, einen solchen Punct anzugeben, wo *alle* zurückgeworfenen Strahlen durchgiengen, und dass es *in so fern* eigentlich kein Bild gebe.

Die alten Optiker glaubten, das Bild müsse wie bei Planspiegeln in dem Durchschnittspuncte des zurückgeworfenen Strahls mit den Neigungslothe befindlich seyn. *Barrow* und andere aber setzen es richtiger in die Spitze des zurückgeworfenen Strahlenkegels. *Kästner* zeigte, dass kein solcher Punct im Allgemeinen anzugeben sey.

§. 32. *Zusatz.* Ohne grossen Fehler kann jedoch der Ort des Bildes ungefähr nach Art der ältern Optiker bestimmt werden, welche wenigstens ziemlich mit der Erfahrung übereinstimmt und leicht für den Anfänger ist. Hienach würden folgende Fälle zu unterscheiden seyn, für welche man sich die Figuren leicht entwerfen wird.

I. Steht der Gegenstand innerhalb der Brennweite des Hohlspiegels, so ist das Bild geometrisch hinter dem Spiegel aufrecht und vergrössert.

Je näher der Gegenstand nach dem Brennpunct zurückt, desto weiter hinter dem Spiegel und desto grösser das Bild.

II. Steht der Gegenstand im Brennpuncte selbst, so sind die zurückgeworfenen Strahlen parallel und es ist gár kein Bild da.

III. Steht der Gegenstand zwischen Brennpunct und Mittelpunct, so entsteht ein umgekehrtes und vergrössertes physisches Bild jenseits dem Mittelpuncte.

IV. Steht der Gegenstand im Mittelpuncte, so fällt das Bild mit demselben im Mittelpuncte zusammen.

V. Steht der Gegenstand vor dem Mittelpuncte, so entsteht ein umgekehrtes und verkleinertes physisches Bild zwischen Mittelpunct und Brennpunct.

§. 33. *Zusatz.* Aus der Formel $x = \frac{ar}{2a - r} = \frac{a \cdot \frac{1}{2} r}{a - \frac{1}{2} r}$ folgen diese Sätze so:

Ist $a < \frac{1}{2} r$, so wird x negativ. (I.)

Ist $a = \frac{1}{2} r$, so wird x unendlich. (II.)

Ist $a > \frac{1}{2} r$, so wird x positiv. Wenn nun hier $a < r$, so ist der Nenner $2a - r < 2a - a$ das heisst kleiner als a; also $\frac{a}{2a - r}$, grösser als 1; also $x = \frac{a}{2a - r} \cdot r$ *grösser* als r. (III.)

Wenn aber $a = r$, so ist $2a - r = a$, also $x = r$. (IV.)

Wenn endlich $a > r$, so ist $2a - r > 2a - a$, das heisst, grösser als a, also $\frac{a}{2a - r}$ kleiner als r, also $x = \frac{a}{2a - r} . r$ *kleiner* als r. (V.)

§. 34. *Anmerkung.* Der Abstand des Luftbildes vor dem Spiegel in den Fällen §. 32. III. IV. V. pflegt demjenigen, der das Bild betrachtet, nicht in die Augen zu fallen; allein an der Richtung seiner Augen kann ein zweiter Zuschauer ganz deutlich gewahr werden, dass jener, der das Bild betrachtet, nicht auf den Spiegel, sondern auf einen viel nähern Punct vor dem Spiegel siehet.

§. 35. *Anmerkung.* Man kann den Hohlspiegel zu verschiedenen artigen Belustigungen gebrauchen. Die Luftbilder können mit gehörigen Vorrichtungen sehr täuschend gemacht werden. Durch ein Licht, in den Brennpunct eines Hohlspiegels gesetzt, kann man einen hellen Schein auf einen ziemlich entfernten Gegenstand fallen lassen.

§. 36. *Anmerkung.* Dass Hohlspiegel brennen, kann schon früh bekannt gewesen seyn. Die Erzählung zweier arabischer Schriftsteler (Zonaras und Tzetzes) dass Archimedes

die römische Flotte damit angezündet habe, ist jedoch nicht sehr glaublich, weil der Spiegel ungeheuer gross müsste gewesen seyn, und weil Livius und andere nichts von Brennspiegeln erwähnen, da sie doch von den Maschinen reden, womit Archimedes Syracus vertheidigte. Kircher hatte den Gedanken, ebne Spiegel so zusammenzustellen, dass sie einen grossen Brennspiegel bildeten. Der Graf von Buffon hat mit einer solchen aus 400 ebnen Spiegeln bestehenden Maschine in einer Entfernung von 140 Fuss Blei geschmolzen, und in einer noch grössern Entfernung Holz angezündet.

§. 37. *Anmerkung.* Cylindrische und conische Spiegel dienen zur Belustigung, indem sie verzerrte Bilder, die eigends dazu gezeichnet werden müssen, in gehöriger Gestalt darstellen. Ein Stück eines hohlen Kegels an der innern Seite polirt, kann als Brennspiegel dienen. Diese Art soll schon in alten Zeiten bekannt gewesen seyn, wie man aus einer Stelle im Plutarch schliesst. Dass sich damit brennen lässt, hat Lambert durch Versuche bestätigt. Eben derselbe hat gezeigt, wie man den hohlen Kegelspiegel als Leuchtrohr gebrauchen könne, indem der Schein einer Lichtflamme dadurch wie der Schall durch das Sprachrohr stärker fortgespflanzt wird, als wenn er sich nach allen Richtungen hin ausbreiten kann.

Spiegelteleskope.

§. 38. *Erklärung.* Ein *Spiegelteleskop* ist ein aus Spiegeln und Gläsern zusammengesetztes Werkzeug, welches eben das thut, was ein bloss dioptrisches Fernrohr, nemlich entlegene Gegenstände deutlich und vergrössert darstellt. Man nennt sie auch schlechthin Teleskope, dahingegen man die bloss dioptrischen gewöhnlicher Fernröhre, Ferngläser, Tubi nennt. Weil die Spiegelteleskope theils aus Spiegeln theils aus Gläsern bestehen, so heissen sie auch *catadioptrische* Fernröhre. Noch hat man ihnen neuerlich in England den Nahmen *Reflector* gegeben.

§. 39. *Erklärung.* Die Einrichtung des *Neutonschen* Teleskops ist folgende. In den Boden einer an einem Ende offenen Röhre Fig. 7. ist ein Hohlspiegel MAN eingesetzt. Strahlen, die von einem weit entfernten Puncte P einfallen, wie PM;PN, werden nach einem Punct der Axe zurück geworfen. Ehe sie aber sich vereinigen, werden sie von einem ebnen Spiegel aufgefangen, der unter einem Winkel von 45° an einem Träger befestiget ist. Von diesem ebnen Spiegel, wo sie in m und n einfallen, werden sie wiederum so zurückgeworfen, dass sie sich in p durchschneiden, wo folglich ein Bild des Punctes P zu Stande kömmt. Die von p ausgehenden Strahlen werden ferner von einer in L befindlichen Linse aufgefangen und

kommen so parallel in das Auge, welches seitwärts an die Röhre bei O gehalten wird. Das Auge sieht also das Bild p deutlich. Der ebne Spiegel kann auch senkrecht auf die Axe des Teleskops stehen, da denn der Objectivspiegel durchbohrt werden muss, und das Ocularglas hinter der Öffnung steht.

§. 40. *Aufgabe. Die Vergrösserung bei dem Neutonschen Teleskop zu bestimmen.*

Auflösung. Das Bild des entfernten Gegenstandes Fig. 8. würde, wenn der ebne Spiegel nicht da wäre, im Brennpuncte des Hohlspiegels in fg befindlich seyn. Der ebne Spiegel macht aber, dass es in pq zu Stande kömmt, und zwar ist pq eben so gross, als fg seyn würde, weil der ebne Spiegel die Lage der Strahlen gegen einander nicht ändert.

Nun ist für den sin. tot. = 1

Af : fg = 1 : tang. PAQ.
pq : pa = tang. paq : 1

folglich Af : pa = tang. paq : tang. PAQ.

oder wegen Kleinheit der Winkel

Af : pa = paq : PAQ.

das heisst: wie sich die Brennweite des Objectivspiegels zur Brennweite des Oculars verhält, so verhält sich der Gesichtswinkel mit dem Instrument zum Gesichtswinkel mit blossem Auge.

§. 41. *Exempel.* Bei einem nach Neutonscher Art eingerichteten Teleskope, welches John Hadley im Jahr 1723 der Londner Societät übergab, war der Objectivspiegel nach einem Halbmesser von 10 Fuss $5\frac{1}{4}$ Zoll $= 125\frac{1}{4}$ Zoll geschliffen. Seine Brennweite folglich $= 62\frac{5}{8}$''. Bei der grössten Vergrösserung, die man dadurch bequem erhalten konnte, wurde ein Ocular von $\frac{11''}{40}$ Brennweite eingesetzt. Die Vergrösserungszahl war also $= 62\frac{5}{8}$ dividirt durch $\frac{11}{40} = \frac{501}{8} \cdot \frac{40}{11} = \frac{501.5}{11} = \frac{2505}{11} = 227,7$.

§. 42. *Erklärung.* In dem *Gregorischen* Teleskop ist der Objectivspiegel in der Mitte bei A Fig. 9. mit einer kreisrunden Öffnung versehen, und ihm gegenüber ist ein kleiner Hohlspiegel, der etwas grösser ist, als jene Öffnung in dem grossen Spiegel. Hinter der Öffnung befinden sich zwei oder mehrere Oculargläser in einer Ocularröhre. Strahlen von dem weit entfernten Puncte P werden von dem grossen oder Objectivspiegel in dessen Brennpunct f vereinigt, so wie die von Q in g, also dass in der Brennweite des Objectivspiegels ein umgekehrtes Bild fg von dem Gegenstande PQ entsteht. Zugleich sey in f der Brennpunct des kleinen oder Ocularspiegels, so werden die von jedem Puncte des

Bildes auf diesen Spiegel fallende Strahlen parallel reflectirt und kommen in dieser Lage durch die Öffnung des Objectivspiegels auf das erste Ocularglas. In dem Brennraum dieses Oculars entsteht sodann ein zweites aufrechtes Bild pq. Zugleich sey in p der Brennraum des zweiten Oculars, so werden die von jedem Puncte des zweiten Bildes auf dieses Ocular fallende Strahlen parallel gebrochen, und kommen in dieser Lage in das Auge, welches folglich das Bild pq aufrecht und deutlich sieht.

§. 43. *Aufgabe. Die Vergrösserung bei dem gregorischen Teleskop zu bestimmen.*

Auflösung. Der Sehewinkel mit blossem Auge ist PAQ = fAg.

Von g ziehe man den Hauptstrahl gh und dessen zurückgeworfenen Strahl hk, ziehe mc mit hk parallel, so hat man die Lage des zurückgeworfenen Strahls mc. Mit mc parallel ziehe man wiederum den Hauptstrahl des ersten Oculars bq. Von q ziehe man den Hauptstrahl des zweiten Oculars qa und mit diesem parallel den Hauptstrahl des Auges dO. Es ist also fhg = fhk = bnc = pbq und weil pb = pa, so ist auch pbq = paq = aOd. Also aOd oder paq = fhg.

Nun ist für den sin. tot. = 1

Af : fg = 1 : tang. fAg

fg : fh = tang. fhg : 1

folglich Af : fh = tang. fhg : tang. fAg.

oder wegen Kleinheit der Winkel

$$Af : fh = fhg : fAg$$

oder $$Af : fh = paq : PAQ$$

das heisst: wie sich verhält die Brennweite des Objectivspiegels zur Brennweite des Ocularspiegels *), so verhält sich der Gesichtswinkel mit dem Teleskop zum Gesichtswinkel mit blossem Auge.

§. 44. *Zusatz.* Die Spiegel können auch so gestellt werden, dass ihre Entfernung grösser ist, als die Summe ihrer Brennweiten. Alsdann werden die zu einem Punct g gehörigen Strahlen vom Ocularspiegel nicht parallel, sondern convergirend zurückgeworfen. Der Ocularspiegel würde also ohne Hülfe des ersten Ocularglases ein Bild machen, und dieses dient nur dazu, die Strahlen eher zusammen zu bringen. Das erste Ocular pflegt dann plan convex und das zweite Ocular ein Meniscus zu seyn.

§. 45. *Erklärung.* Das *Cassegrainsche* Spiegelteleskop Fig. 10. hat, wie die vorigen, einen hohlen Objectivspiegel, aber einen convexen Ocularspiegel. Der Objectivspiegel ist durchbohrt und hinter der Öffnung steht ein er-

*) Ich habe den Ausdruck Ocularspiegel gebraucht, weil er wenigstens nicht ungereimt zu seyn scheint. Die Proportionen habe ich ausführlicher hingeschrieben, als nöthig scheinen möchte. Man pflegt zum Beispiel statt der Proportion $Af : fg = 1 : \text{tang. } fAg$ kurz und gut zu sagen $fAg = \frac{fg}{Af}$ indessen ist für Anfänger dieser Ausdruck nicht so deutlich, als die Proportion.

habenes Ocularglas. Die von einem entfernten Puncte P herkommenden Strahlen fallen parallel auf den Objectivspiegel und würden in dessen Brennraum t ein Bild von P machen, werden aber, ehe dieses Bild zu Stande kömmt, von dem kleinen Convexspiegel aufgefangen. Dieser ist so gestellt, dass hf kleiner als seine Brennweite ist, folglich werden nach §. 28. III. die nach f convergirenden Strahlen nach der Zurückwerfung wirklich vereinigt, und machen in p ein Bild von P. Ist nun das Ocularglas so gestellt, dass sein Brennpunct auch in p fällt, so kommen die von p herkommenden Strahlen parallel in das hinter dem Ocular befindliche Auge. Eben so werden die von Q herkommenden Strahlen, welche nach der ersten Zurückwerfung vom Objectivspiegel nach g convergiren, durch die zweite Zurückwerfung vom Ocularspiegel in q zusammen gebracht, und machen daselbst das Bild von Q, von wo sie durch die Brechung im Ocularglase parallel in das Auge kommen. Letzteres sieht also das umgekehrte Bild pq deutlich.

§. 46. *Aufgabe. Die Vergrösserung bei dem Cassegrainschen Teleskop zu bestimmen.*

Auflösung. Es ist zuvörderst der Sehewinkel mit blossem Auge PAQ = fAg. Da ferner die nach g convergirenden Strahlen in q vereinigt werden, so muss folglich der Haupstrahl kh ebenfalls nach q zurückgeworfen werden, also dass khA = Ahq, aber die Scheitelwin-

kel fhg und khA sind gleich also fhg = Ahq = phq.

Nun ist für den sin. tot. = r

I. hf : fg = r : tang. fhg
fg : Af = tang. fAg : r

folglich hf : Af = tang. fAg tang. fhg
oder wegen Kleinheit der Winkel
hf : Af = fAg : fhg
das ist hf : Af = PAQ : phq

Ferner ist

II) ap : pq = r : tang. paq
pq : ph = tang. phq : r

folglich ap : ph = tang. phq : tang. paq
oder wegen Kleinheit der Winkel
ap : ph = phq : paq

Da nun

III) hf : Af = PAQ : phq (I.)
und ap : ph = phq : paq (II.)

so ist hf . ap : Af . ph = PAQ : paq

oder $paq = \frac{ph}{hf} \cdot \frac{Af}{ap} \cdot PAQ.$

§. 47. *Zusatz.* Bei dem neutonschen Teleskop (§. 40.) war $paq = \frac{Af}{ap} \cdot PAQ.$ Die Vergrösserungszahl des Neutonschen Teleskops $\frac{Ax}{ap}$ (das heisst die Zahl, welche angiebt, wie vielmal die Brennweite des Oculárglases in der

Brennweite des Objektivspiegels enthalten ist) muss also noch mit $\frac{ph}{hf}$ multiplicirt werden, um die Vergrösserungszahl des Cassegrainschen Teleskops zu erhalten. Da p h grösser als h f ist, so ist $\frac{ph}{hf}$ mehr als ein Ganzes, das Cassegrainsche Teleskop vergrössert also mehr, als das Neutonsche.

§. 48. *Anmerkung.* Die erste Idee von Spiegelteleskopen hatte *Mersenne* um das Jahr 1639, der aber vielleicht durch die Einwürfe des *Descartes* abgehalten wurde, die Sache ins Werk zu setzen. *Jacob Gregory* wurde im Jahr 1663 durch die Schwierigkeiten, die Abweichung bei dioptrischen Fernröhren zu heben, aufs neue veranlasst, Spiegel statt der Gläser vorzuschlagen, brachte aber auch die Sache nicht zu Stande, weil er keine guten parabolischen Spiegel bekommen konnte, die sphärischen aber für zu unvollkommen hielt, weil sie die Strahlen, die in einiger Entfernung von der Axe einfallen, nicht in einen und ebendenselben Punct mit denen, welche unendlich nahe an der Axe einfallen, vereinigen. *Newton* bemerkte, dass die sphärischen Spiegel doch hinlängliche Dienste thun würden, und brachte im Jahre 1672 zuerst ein Spiegelteleskop zu Stande, wo man, wie §. 39. beschrieben ist, von der Seite hineinsah. Auch schlug er gläserne Hohlspiegel, und statt des kleinen ebnen ein Glasprisma vor. In eben dem Jahre machte

Cassegrain in Frankreich das seinige bekannt, wozu er vielleicht die Idee des Gregory benutzt und nur etwas abgeändert hatte. *Hook* hat zuerst das Gregorysche Teleskop wirklich verfertigt 1674. Die Erfindung blieb jetzt eine lange Zeit unbenutzt, bis *Hadley* 1723 das neutonsche Teleskop vollendete, dessen wir im §. 41. schon erwähnt haben, und welches eben so viel leistete, als das Huygensche dioptrische Teleskop ohne Röhren, dessen Objectivglas 123 Fuss Brennweite hatte. *Short* verfertigte um das Jahr 1734 Teleskope in grosser Vollkommenheit, indem er seinen Spiegeln eine parabolische Krümmung zu geben wusste. *John Mudge* gab im Jahr 1777 gute Anleitung, die beste Composition von Metallen zu den Spiegeln und die Art, sie zu schleifen, betreffend. *De Morveau*, der *Graf von Sickingen* und der Abbe *Rochon* haben neulich sehr glücklich die Platina mit verschiednen Zusätzen vermischt, zu den Spiegeln angewendet. *Wilhelm Herschel* endlich hat in unsern Tagen Teleskope zu Stande gebracht, die alles übertreffen, was man bisher ausführen und selbst erwarten konnte. Im Jahr 1781 verfertigte er ein 7schuhiges, sodann grössere bis auf ein 20schuhiges, und endlich im Jahr 1786 brachte er sogar ein 40schuhiges Teleskop zu Stande, dessen Röhre von Eisenblech und gegen 5 Schuh im Durchmesser ist, dessen Spiegel allein 1035 Pfunde wiegt, dessen ganzes Gewicht an 4000 Pfunde beträgt und dessen

Kosten sich über 2000 Pfund Sterling (über 12000 Thaler) belaufen. Dieses einzige Instrument in seiner Art vergrössert 300 bis 3000mal. Es ist nach Neutonscher Art eingerichtet, welche Einrichtung zwar in einiger Rücksicht unbequem ist, aber zu astronomischen Gebrauch Vorzüge vor den übrigen hat, weil das Auge in einer bequemen Lage bleiben kann, selbst wenn das Instrument senkrecht nach dem Scheitelpunct gerichtet ist, und weil die meiste Helligkeit und starke Vergrösserung dabei statt findet. Zum Aufsuchen der Gegenstände pflegt ein Sucher, das heisst ein gewöhnliches Fernrohr, an der Seite des Teleskops parallel mit dessen Axe befestiget zu werden.

Von den vielen Entdeckungen, welche durch Hülfe der beschriebenen Werkzeuge am Himmel gemacht sind, werden in der Astronomie die vorzüglichsten erwähnt werden.

ASTRONOMIE.

ANNOTATIONS

Einleitung.

§. 1. *Erklärung.* Die *Astronomie* ist die Wissenschaft von dem Weltgebäude, das heist von der Grösse, Entfernung und Bewegung der Himmelskörper.

§. 2. *Erklärung.* Man theilt die Astronomie ein in die sphärische und theorische. Die *sphärische* betrachtet das Weltgebäude, wie es in die Sinne fällt; die *theorische* lehrt, was sich durch Schlüsse des Verstandes von der wahren Einrichtung desselben erforschen lässt.

§. 3. *Anmerkung.* Die Astronomie ist wegen der Grösse ihres Gegenstandes die erhabenste, und wegen ihres Einflusses in das bürgerliche Leben eine der nützlichsten Wissenschaften. Dem nachdenkenden Geiste gewährt sie das edelste Vergnügen.

§. 4. *Anmerkung.* Ohne Zweifel ist sie auch eine der ältesten Wissenschaften. Die Betrachtung der Gestirne ist dem Menschen,

selbst im rohen Zustande der Natur, sehr nahe gelegt. Die Pracht des Anblicks, die Nothwendigkeit einer Eintheilung der Zeit, um Verrichtungen des Ackerbaues und dergleichen gehörig zu besorgen, mussten schon früh zur Aufmerksamkeit auf den Lauf der Himmelskörper antreiben. Durch gesammelte Erfahrungen und Beobachtungen wurden diese ersten rohen astronomischen Kenntnisse allmählig erweitert und berichtigt. In den neuern Zeiten ist sie endlich durch Hülfe vollkommner Werkzeuge und analytischer Rechnungen zu einem hohen Grade der Vollkommenheit gebracht.

§. 5. *Anmerkung.* Die Werkzeuge des Astronomen sind vornehmlich *Winkelmesser, Uhren* und *Fernröhre.* Zu Winkelmessern bedient man sich bei astronomischen Beobachtungen der Quadranten. Diese sowohl, als die Uhren und Fernröhre, (von welchen letzteren in den optischen Wissenschaften gehandelt ist) werden in grosser Vollkommenheit von den heutigen Künstlern in England, Frankreich, Deutschland u. s. w. verfertigt. Der grosse Nutzen richtiger astronomischer Beobachtungen hat gemacht, dass eigene Gebäude dazu errichtet werden, wo alle dazu nothwendigen Geräthschaften vereinigt sind, und welche *Sternwarten* (Observatoria) genannt werden.

Gemeine Erfahrungen.

§. 6. *Erfahrung.* Die Oberfläche der *Erde* erscheint uns wie eine kreisförmige Ebne, in deren Mittelpuncte wir uns befinden und deren Umfang unsere *Gesichtsgränze* ist. Über derselben sehen wir in einen unbegrenzten Raum, den wir *Himmel* nennen, und den wir uns wie ein halbkugelförmiges Gewölbe vorstellen.

§. 7. *Erfahrung.* Wir sehen am Himmel glänzende *Weltkörper* oder Himmelskörper, deren Weite von uns wir aus dem blossen Anblick nicht schätzen können. Zwei derselben zeichnen sich durch ihre scheinbare Grösse vor allen übrigen aus: *Sonne* und *Mond.* Ihr scheinbarer Durchmesser ist etwa ein halber Grad. Die unzähligen übrigen, weit kleiner scheinenden werden nur dann sichtbar, wenn der Glanz der Sonne es nicht hindert und heissen mit einem allgemeinen Namen *Sterne.*

§. 8. *Erfahrung.* Alle Himmelskörper haben eine scheinbare gemeinschaftliche oder *gemeine Bewegung.* Sie scheinen nemlich alle nach einerlei Richtung in grössern oder kleinern Kreisbogen sich zu bewegen, wobei denn in einer Gegend der Gesichtsgränze Sterne über der Erdfläche heraufkommen oder *aufgehen,* und an der entgegengesetzten Gegend wieder *untergehen,* nachdem sie ihren Bogenlauf am

Himmel vollendet haben. Der Aufgang und Untergang der Sonne verursacht *Tag* und *Nacht*: daher heisst diese gemeine Bewegung auch die *tägliche* Bewegung.

§. 9. *Zusatz.* Da wir die Entfernung der Weltkörper von uns aus dem blossen Anblick nicht schätzen können, so ist es dem sinnlichen Scheine gemäss, sich dieselben an der innern hohlen Fläche des scheinbaren Himmelsgewölbes in gleichen Entfernungen von unserm Auge vorzustellen. Da ferner bei der täglichen Bewegung immer neue Sterne zum Vorschein kommen, die vorher nicht über der Gesichtsgränze waren, und an der andern Seite wieder untergehen, so ist es ebenfalls dem sinnlichen Scheine gemäss, sich den Himmel als eine *ganze* hohle Kugel vorzustellen, welche die Erde von allen Seiten, auch unterhalb der Gesichtsgränze, umgiebt, an deren innern Fläche Sonne, Mond und Sterne, und in deren Mittelpunct unser Auge sich befinden, von welcher wir aber immer nur eine Hälfte sehen.

§. 10. *Erfahrung.* Bei einiger Aufmerksamkeit findet man, dass die Kreise, welche die Himmelskörper bei der täglichen Bewegung beschreiben, einander parallel sind. Ferner, dass in einer Gegend des Himmels gewisse Sterne gar nicht untergehen, sondern ihren ganzen Kreislauf über der Gesichtsgränze vol-

lenden. Die Kreise, welche diese Sterne beschreiben, werden kleiner und kleiner, und endlich kömmt man auf einen Stern, welcher sich fast gar nicht zu bewegen scheint.

§. 11. *Zusatz.* In der Gegend dieser Sterne muss ein *Pol* der sämtlichen Parallelkreise seyn. Eine gerade Linie von diesem Pole durch unser Auge bis an die entgegengesetzte Gegend der Himmelskugel unter unserer Gesichtsgränze gezogen, wäre also die *Axe* der Himmelskugel, und der Punct, wo sie dort eintrift, der andere Pol.

§. 12. *Erfahrung.* Ausser der gemeinschaftlichen täglichen Bewegung bemerken wir bald eine scheinbare *eigene Bewegung* an einigen Himmelskörpern, zuvörderst ist diese bei dem *Monde* am auffallendsten. Dieser scheint nämlich von einem Sterne zum andern der täglichen Bewegung entgegen zu rücken, und man sieht ihn nach etwa 27 Tagen wieder bei denselben Sternen, wo er anfangs stand; so dass er also während dieses Zeitraums einen ganzen Kreis am Himmel zu durchlaufen scheint. Während dieses Umlaufs zeigt er, je nachdem sein Stand gegen die Sonne ist, verschiedene *Lichtgestalten*, die wir im gemeinen Leben durch *Neumond*, *Erstes Viertel*, *Vollmond*, *Letztes Viertel* bezeichnen.

§. 13. *Erfahrung.* Eine ähnliche eigene Bewegung, der täglichen entgegengesetzt, zeigt

auch die Sonne. Ob man gleich wegen ihres Glanzes Sterne, welche dicht bei ihr stehen, nicht sehen kann, so kann man doch die Sterne bemerken, welche bald nach ihr untergehen. Dieses sind nun immer andere und andere. Nach einer Zeit von ungefähr 365 Tagen, welche wir ein *Jahr* nennen, gehen wieder dieselben Sterne bald nach der Sonne unter, wie anfangs, so dass diese also während dieses Zeitraums einen ganzen Kreis am Himmel zu durchlaufen scheint.

§. 14. *Erfahrung.* Die Sonne geht nicht immer an einerlei Stelle auf und unter, sie beschreibt bald grössere bald kleinere Bogen über der Erdfläche. Sie bleibt also bei der täglichen Bewegung nicht in einerlei Parallelkreise, sondern scheint Schraubengänge an der Himmelskugel zu beschreiben.

§. 15. *Zusatz.* Die Richtung, in welcher sie nach ihrer eignen scheinbaren Bewegung fortrückt, muss also mit den Kreisen, welche die Himmelskörper bei der täglichen Bewegung machen, nicht parallel seyn. Denn wäre dieses, so müsste sie immer in einem und eben demselben Parallelkreise bleiben.

§. 16. *Erfahrung.* Ausser Sonne und Mond sind noch sechs Sterne da, bei denen man eigne Bewegungen bemerkt, die aber schon etwas schwerer zu beobachten und verwickel-

wickelter zu seyn scheinen. Man nennt diese Sterne daher überhaupt Irrsterne oder *Planeten.*

§. 17. *Zusatz.* Die Bewegung der Planeten wird erst in der Folge hinlänglich beschrieben werden; hier bemerken wir nur vorläufig die Namen derselben. Sie heissen: *Mercur, Venus, Mars, Jupiter, Saturn* und *Uranus.* Am leichtesten ist die Venus zu erkennen. Sie ist nemlich ein sehr hellglänzender Stern, der nicht lange vor der Sonne auf- oder nicht lange nach derselben untergeht und deshalb *Morgen-* oder *Abendstern* genannt wird. Jupiter zeigt sich zuweilen auch mit einem sehr hellen Lichte. Mars hat ein etwas röthlichtes Licht.

§. 18. *Anmerkung.* Folgende Zeichen sind in der Astronomie eingeführt, um Erde, Sonne, Mond und Planeten zu bezeichnen. Erde ♁; Sonne ☉; Mond ☾; Mercur ☿; Venus ♀; Mars ♂; Jupiter ♃; Saturn ♄; Uranus ♅.

§. 19. *Erfahrung.* Zuweilen erscheinen Sterne mit einem Schweife, der ungefähr wie ein weisser Nebel aussieht; man nennt sie *Kometen.* Auch diese haben eine eigene Bewegung. Nachdem sie einige Zeit sichtbar gewesen sind, verschwinden sie wieder.

Wegen der ungewöhnlichen Gestalt und der Seltenheit der Erscheinung sind die Ko-

meten von jeher Gegenstände der Furcht oder der Neugierde gewesen.

§. 20. *Erfahrung.* Alle übrigen Sterne behalten *gegeneinander* einerlei Lage und heissen daher *Fixsterne.* Die Menge derer, welche sich mit blossen Augen unterscheiden lassen, beträgt schon mehrere Tausende. Eine weit grössere Menge aber entdeckt man in allen Tiefen des Himmels durch neuere Fernröhre. Der weisliche Bogen, der unter dem Namen der *Milchstrasse* bekannt, ist nichts anders, als eine unzählige Menge von Fixsternen.

§. 21. *Anmerkung.* Planeten und Fixsterne lassen sich auf den ersten Anblick nicht von einander unterscheiden, ausser dass die Fixsterne ein lebhaftes funkelndes oder *flimmerndes* Licht; die Planeten aber einen zwar zum Theil hellen aber doch sanftern Schein zeigen. Das Licht der Fixsterne scheint mehr dem der Sonne ähnlich zu seyn; das Licht der Planeten dem des Mondes.

Durch Fernröhre aber zeigt sich noch eine andere merkliche Verschiedenheit. Die Planeten nemlich erscheinen durch dieselben vergrössert und von einem messbaren Durchmesser. Die Fixsterne aber erscheinen selbst durch sehr vollkommene Fernröhre nur wie glänzende Puncte, oder von unmessbar kleinem Durchmesser.

§. 22. *Erfahrung.* Zuweilen sieht man *Sonnenfinsternisse* und *Mondfinsternisse.* Jene ereignen sich nicht anders, als um die Zeit des Neumonds, diese nicht anders, als um die Zeit des Vollmonds. Bei den Sonnenfinsternissen scheint eine schwarze Scheibe der Richtung der täglichen Bewegung *entgegen* in die Sonne zu rücken. Bei den Mondfinsternissen aber scheint eine schwarze Scheibe *nach* der Richtung der täglichen Bewegung in den Mond zu rücken.

§. 23. *Anmerkung.* Das Bisherige enthält ungefähr, was der blosse Anblick des Himmels zeigt, oder die gemeinen Erfahrungen, (wozu auch die Finsternisse zu rechnen waren), die erste Grundlage der erhabnen Wissenschaft, welche fast unmöglich scheinende Probleme auflöst. Ehe wir aber im Stande sind, auf wahre Bewegungen, Grössen und Entfernungen der Himmelskörper fortzuschliessen, müssen erst jene ersten rohen Beobachtungen der scheinbaren Bewegungen u. s. w. berichtiget werden.

Allgemeine Bestimmung des Orts und der Zeit.

§. 24. *Erklärung.* Die *Scheitellinie* eines Beobachters ist die von dem Orte, wo er sich befindet, senkrecht (d. h. in der Richtung des freien Falles) bis an das scheinbare Himmelsgewölbe gezogene Linie.

Der *Scheitelpunct* oder auch kurz der *Scheitel*, das *Zenith* ist der Punct am Himmelsgewölbe, wo die Scheitellinie eintrift.

Das *Nadir* ist der Punct der Himmelskugel, der dem Zenith gerade entgegengesetzt ist, oder wo die unterwärts verlängerte Scheitellinie eintrift.

§. 25. *Erklärung.* Der *Horizont* ist der durch das Auge, als den Mittelpunct der scheinbaren Himmelskugel gelegte grösste Kreis, dessen Pole Zenith und Nadir sind.

§. 26. *Zusatz.* Für ein Auge, *in* der dem Scheine nach ebenen Erdfläche, ist diese Ebne selbst der Horizónt.

§. 27. *Zusatz.* Der Horizont theilt die scheinbare Himmelskugel in die *öbere* und *untere* Halbkugel. Jene ist für den Beobachter die sichtbare, diese die nicht sichtbare. In jener liegt das Zenith, in dieser das Nadir.

§. 28. *Erklärung. Almucantharat* oder Höhenkreise heissen die kleineren Kreise, welche mit dem Horizonte parallel gehen, und deren Axe also die Axe des Horizonts, das heisst, die Scheitellinie ist.

§. 29. *Erklärung. Scheitelkreise* (Verticalkreise) sind grösste Kreise, welche durch Zenith und Nadir gehen, also auf dem Hori-

zont senkrecht sind, und deren Pole in dem Umfange des Horizonts liegen.

Höhe eines Sterns (oder irgend eines Punctes am Himmel) ist der Bogen des Scheitelkreises vom Horizont bis an den Stern oder eigentlich der Winkel am Auge, dessen Maas dieser Bogen ist.

Abstand vom Scheitel ist die Ergänzung der Höhe zu 90°.

§. 30. *Erklärung.* *Morgenseite* heisst die Gegend des Horizonts, wo die Sonne und andere Himmelskörper aufgehen, *Abendseite* die, wo sie wieder untergehen.

§. 31. *Erklärung.* *Weltaxe* heisst die gerade Linie, um welche sich die ganze Himmelskugel bei der täglichen Bewegung zu drehen scheint.

Weltpole die beiden Puncte, wo die Weltaxe die scheinbare Himmelskugelfläche trift.

Der *Nordpol* ist derjenige, welcher in unsern Gegenden über dem Horizont liegt.

Der *Südpol* ist derjenige, welcher unter unserm Horizonte ist.

Polarstern nennt man den Stern, der am nächsten am Pol steht und sich bei der täglichen Umdrehung fast nur unmerklich bewegt.

§. 32. *Erklärung.* *Meridian* oder Mittagskreis ist der Scheitelkreis, welcher durch beide Pole und durch Zenith und Nadir geht.

Mittagsfläche ist die Ebne des Meridians.

Mittagslinie ist der Durchschnitt des Meridians mit dem Horizonte.

§. 33. *Erklärung.* *Polhöhe* ist der Bogen des Meridians zwischen Pol und Horizont, oder der spitzige Winkel, dessen Maas dieser Bogen ist.

Mittagshöhe ist die Höhe eines Sterns, wenn er in der Mittagsfläche steht.

Culminiren heisst in der Mittagsfläche stehen.

Culmination heisst der Stand eines Sterns in der Mittagsfläche. Da bei der täglichen Umdrehung jeder Stern zweimal durch den Meridian gehen muss, so giebt es zwei Culminationen, eine *öbere* und eine *untere*.

§. 34. *Erklärung.* *Erster Scheitelkreis* heisst derjenige, der senkrecht auf den Meridian ist, oder durch dessen Pole geht.

§. 35. *Erklärung.* Die *vier Weltgenden* sind die Puncte im Umfange des Horizonts, wo derselbe vom Meridian und vom ersten Verticalkreise durchschnitten wird.

Osten ist der Punct, wo der erste Vertikalkreis den Horizont an der Morgenseite schneidet.

Westen der gerade entgegengesetzte.

Norden der Durchschnittspunct des Meridians mit dem Horizonte, nach welchem man hinsieht, wenn man Osten zur Rechten und Westen zur Linken hat.

Süden der gerade entgegengesetzte.

§. 36. *Anmerkung.* Zwischen diesen vier Hauptweltgegenden, welche eine von der andern um 90° im Horizonte entfernt sind, kann man mehrere Nebengegenden bemerken. Auf den *Windrosen* der Schiffer sind 32 Weltgegenden bezeichnet.

§. 37. *Erklärung. Azimuth* eines Sterns ist der Winkel, den der Vertikalkreis des Sterns mit dem Mittagskreise macht. Sein Maas ist der Bogen im Horizonte von Süden bis dahin, wo der Vertikalkreis den Horizont schneidet.

§. 38. *Zusatz.* Das Azimuth ist also entweder *östlich* oder *westlich*, und wird bis 180° von Süden nach Norden am Umfange des Horizonts herumgezählt.

§. 39. *Erklärung.* *Tagekreise* sind die Kreise, welche die Himmelskörper bei der täglichen Bewegung beschreiben.

Tagebogen ist der Bogen des Tagekreises, welcher *über* dem Horizont beschrieben wird.

Nachtbogen ist der Bogen des Tagekreises, welcher *unter* dem Horizonte beschrieben wird.

§. 40. *Erklärung.* Der *Aequator* ist der grösste Tagekreis durch den Mittelpunct der scheinbaren Himmelskugel.

Aequatorshöhe ist der Winkel, welchen der Aequator mit dem Horizont macht. Der Bogen des Meridians zwischen beiden ist das Maas desselben.

§. 41. *Zusatz.* Der Aequator theilt die scheinbare Himmelskugel in die *nördliche* und *südliche* Halbkugel.

§. 42. *Erklärung.* *Declinationskreise* oder Abweichungskreise, auch *Stundenkreise*, sind grösste Kreise, die durch beide Weltpole gehen und folglich auf dem Aequator senkrecht sind.

Declination oder Abweichung eines Sterns ist der Bogen des Declinationskreises zwischen den Stern und dem Aequator.

§. 43. *Zusatz.* Die Declination kann entweder *nördlich* oder südlich seyn und wird bis 90° vom Aequator bis an die Pole gezählt.

§. 44. *Erklärung.* *Abstand vom Pol* ist die Ergänzung der Declination zu 90°.

§. 45. *Erklärung.* *Abstand von der Mittagsfläche* ist der Winkel, den der Declinationskreis eines Sterns mit dem Meridian macht. Sein Maass ist der Bogen des Aequators zwischen dem Declinationskreise und Meridian. Er wird auch *Stundenwinkel* genannt.

§. 46. *Erklärung.* Ein *Sterntag* ist die Zeit, welche während einer Umdrehung der Himmelskugel verfliesst. Er wird in 24 *Stunden*, jede Stunde in 60 *Minuten*, jede Minute in 60 *Secunden* und jede Secunde in 60 *Tertien* *Sternzeit* eingetheilt.

§. 47. *Lehrsatz.* *Der Mittagskreis ist sowohl auf dem Aequator als auf dem Horizont senkrecht.*

Beweis. Der Mittagskreis geht durch Pol, Zenith und Mittelpunct der Himmelskugel, mithin liegen sowohl Weltaxe als Scheitellinie in seiner Ebne. Nun ist die Weltaxe auf den Aequator, die Scheitellinie auf den Horizont senkrecht; folglich muss auch der Mittagskreis sowohl auf Aequator als Horizont senkrecht seyn.

§. 48. *Zusatz.* Beide, Aequator und Horizont, gehen also durch die Pole des Meridians, das heisst durch Osten und Westen

(§. 35.) wo sich folglich ihre Umkreise schneiden.

§. 49. *Zusatz.* Weil Aequator und Horizont grösste Kreise sind, so halbiren sie einander, und ihr Durchschnitt ist folglich die gerade Linie von Osten nach Westen, oder einerlei mit dem Durchschnitt des ersten Verticalkreises und des Horizonts, und macht mit der Mittagslinie rechte Winkel.

§. 50. *Lehrsatz. Polhöhe und Aequatorshöhe ergänzen einander zu* 90°.

Beweis. Beide machen mit dem Bogen des Meridians vom Pol zum Aequator den halben Meridian oder 180° aus. Da nun der Bogen des Meridians zwischen Pol und Aequator 90° ist, so sind Polhöhe und Aequatorshöhe zusammen auch = 90°.

§. 51. *Zusatz.* Die Tiefe der andern Hälfte des Aequators unter dem Horizont ist der Aequatorshöhe gleich, und macht mit der Polhöhe ebenfalls 90°. Die Aequatorshöhe ist gleich dem Abstande des Pols vom Zenith.

§. 52. *Lehrsatz. Die Mittagsfläche halbirt die Tagebogen und Nachtbogen.*

Beweis. Es seyen Fig. 1. S und T zwei Stellen in dem Tagekreise VMW, welche gleiche Höhen, folglich auch gleiche Abstände vom Zenith haben SZ = ZT. Nun ist ferner PS =

PT und PZ = PZ. Also ist in den Dreiecken PZS, PZT Alles gleich; folglich auch die Winkel am Pole ZPS = ZPT; mithin auch MS = MT, oder M ist die Mitte des Bogens SMT.

Da nun dieses für jede zwei Puncte gilt, welche gleiche Höhen haben, so gilt es auch, wenn die Höhen beide Null sind, das heisst, wenn S und T im Horizont in V und W liegen. Mithin ist M die Mitte des Tagebogens.

Dass auf der andern Seite N die Mitte des Nachtbogens sey, erhellet auf eben die Weise.

§. 53. *Zusatz.* Bei gleichen Stundenwinkeln vor und nach der Culmination sind die Höhen gleich und umgekehrt bei gleichen Höhen die Stundenwinkel, folglich die Bogen des Aequators AB = AE. Auch ist im Horizonte FH = HG wegen Gleichheit der Dreiecke HZF und HZG.

§. 54. *Lehrsatz. In der obern Culmination hat ein Stern seine grösste Höhe, in der untern aber seine kleinste Höhe oder grösste Tiefe, je nachdem es ein nicht untergehender oder ein untergehender Stern ist.*

Beweis. Es sey Fig. 1. M ein oben culminirender Punct; S irgend ein anderer in demselben Tagekreise. Im Dreiecke SZP ist SZ + ZP > SP. Aber PS = PM = MZ + ZP. Also SZ + ZP > MZ + ZP oder SZ >

MZ; das heisst: des oben culminirten Punctes M Abstand vom Zenith ist kleiner, mithin seine Höhe grösser, als die jedes andern Punctes S in demselben Tagekreise.

Es sey ferner N ein unten culminirender Punct. Es ist $ZP + PS > ZS$. Aber $PS = PN$ also $ZP + PS = ZP + PN = ZN$ folglich $ZN > ZS$, das heisst des unten culminirten Punctes N Abstand vom Zenith ist grösser, mithin seine Höhe kleiner, als die jedes andern Punctes S in demselben Tagekreise. Und wenn es ein untergehender Punct ist, wie in der Figur, so hat er in der untern Culmination seine grösste Tiefe (oder *negative* Höhe.)

§. 55. *Foderung. Die Höhe eines Himmelskörpers zu messen.* Man bedient sich dazu der Quadranten. Das Verfahren ist von dem, wie überhaupt Winkel gemessen werden, nicht verschieden, nur sind zu astronomischen Winkelmessungen genaue Werkzeuge und feine Beobachtungen mehr als bei andern Messungen nöthig.

§. 56. *Aufgabe. Die Lage der Mittagsfläche zu finden.*

Auflösung. I. Durch correspondirende Höhen. Nachdem man sich *ungefähr* die Gegend gemerkt hat, wo ein Stern am höchsten steht; so messe man vermittelst der Quadranten einige Höhen desselben, sowohl wenn sie noch wach-

sen; als auch wenn sie wieder abnehmen; bis man zwei findet, die einander gleich sind, wie SF und TG; Fig. 1. Die Ebnen der beiden Verticalkreise ZF und ZG, in welchen der Quadrant bei Beobachtung dieser beiden Höhen stand, machen mit einander den Winkel FCG dessen Maas der Bogen FHG ist, und welcher gemessen werden kann. Diesen halbire man, so hat man den Punct H, mithin die Lage der Mittagsfläche. (§. 52.)

II. Durch den Schatten. Man richte einen senkrechten Stift auf einer von der Sonne beschienenen horizontalen Ebene auf, bemerke Vormittags und Nachmittags, wann der Schatten des Stiftes gleiche Länge hat, und theile den Winkel, den beide Schatten mit einander machen, in zwei Hälften. Hiebei findet man nemlich eigentlich auch gleiche Höhen der Sonne, und setzt voraus, dass sie bei gleichen Höhen auch gleiche Abstande von der Mittagsfläche gehabt habe, welches freilich bei der Sonne nicht im strengsten Verstande richtig ist, weil sie mit eigner Bewegung fortrückt und nicht in einem und ebendemselben Parallelkreise bleibt.

Um sicherer zu gehen, nimmt man mehrere Beobachtungen zusammen und sucht das arithmetische Mittel, falls sie verschiedene Resultate geben.

§. 57. *Anmerkung.* 1) Hat man die Lage der Mittagsfläche einmal gefunden, so kann man, um den Durchgang eines Himmelskörpers durch dieselbe zu beobachten, ein Fernrohr in dieser Fläche so stellen, dass es sich nur in derselben auf und nieder bewegen lässt. Ein solches Fernrohr heisst ein Durchgangsfernrohr, oder Mittagsfernrohr; *Culminatorium,* Passageninstrument. Auch kann man einen grossen Quadranten in der Mittagsfläche unverrückt befestigen; diese heissen dann *Mauerquadranten.* 2) Ist die Lage der Mittagsfläche bekannt, so kann man das Azimuth eines Sterns S, das heisst den Bogen des Horizonts HF messen. Hiedurch und durch die Höhe FS ist sodann der Ort des Sterns *für den Augenblick der Beobachtung* gefunden.

§. 58. *Aufgabe. Die Pollöhe und Aequatorshöhe für den Ort der Beobachtung zu finden.*

Auflösung. 1) Man beobachte die Höhen eines Sterns, der nicht untergeht, in seiner obern und untern Culmination, Fig. 1., ziehe die kleinste Höhe LR von der grössten KR ab, so hat man den scheinbaren Durchmesser KL des Tagekreises, den er beschreibt, nehme diesen Unterschied halb = PL und addire diese Hälfte zur kleinsten Höhe, so hat man die Polhöhe PR.

2) Die gefundene Polhöhe von 90° abgezogen giebt die Aequatorshöhe AH. (§. 50.)

Die Lage der Mittagsfläche des Pols und des Aequators für den Ort der Beobachtung müssen immer zuvörderst bestimmt seyn, ehe andere Beobachtungen über den Stand eines Weltkörpers können angestellt werden.

§. 59. *Aufgabe. Die Declination eines Sterns zu finden.*

Auflösung. Man beobachte seine Mittagshöhe und suche den Unterschied zwischen dieser und der Aequatorshöhe.

Ist in unsern Gegenden die Mittagshöhe grösser, als die Aequatorshöhe, so hat der Stern nördliche Declination, z. B. des Sterns M Declination ist AM = HM — HA.

Im Gegenfalle südliche; z. B. des Sterns X Declination ist AX = HA — HX.

Für einen Stern K, der nicht in demselben Höhenquadranten mit dem Aequator culminirt, misst man die Höhe KR und nimmt deren Ergänzung zu 180°, so hat man HK; hievon die Aequatorshöhe HA abgezogen, bleibt die Declination AK übrig. Oder auch, man zieht die Polhöhe von der Mittagshöhe, oder diese von jener ab, so hat man den Abstand des Sterns vom Pol, dessen Ergänzung zu 90° die Declination ist.

§. 60. *Zusatz.* Umgekehrt: wenn die Declination eines Sterns bekannt ist, so kann daraus Aequatorshöhe und Polhöhe gefunden werden.

§. 61. *Aufgabe. Wenn Polhöhe, Abweichung und Stundenwinkel gegeben sind, Azimuth und Höhe eines Sterns zu berechnen.*

Auflösung. Im sphärischen Dreieck ZPS Fig. 1. ist gegeben PZ als die Ergänzung der Polhöhe zu 90°; ferner PS als die Ergänzung der Declination zu 90° und der eingeschlossene Stundenwinkel P. Man sucht

1) den Winkel Z als die Ergänzung des Azimuth zu 180°;

2) die Seite ZS als die Ergänzung der Höhe zu 90°, wodurch der Azimuth und Höhe selbst gefunden sind.

Es ist also der Fall sphaerische Trigon. §. 474.

Man übersetze die dortigen Buchstaben in die hiesigen. SY sey der senkrechte Bogen auf PZ.

Was dort	A	; B ;	C	; D	hiess,
heisst hier	P	; S ;	Z	; Y	

Man hat also 1) sin. tot. : cos. P = tang. PS : tang. PY. Durch PY ist auch ZY bekannt.

Sodann ist sin. ZY : tang. P : tang. Z.

2) Ferner, nachdem PY und ZY gefunden sind, hat man cos. PY : cos. ZY = cos. PS : cos. SZ.

§. 62. *Exempel.* Da wir hier zum erstenmale Gelegenheit haben, eine Anwendung von der sphärischen Trigonometrie zu machen, so wollen wir eine Berechnung ausführlich hersetzen.

Es sey die Polhöhe des Orts der Beobachtung = 51° 31'.

Die Declination eines gewissen Fixsterns, genannt *Aldebaran* = 15° 58'.

Sein Abstand östlich von der Mittagsfläche (etwa am Ende des Decembers Abends gegen neun Uhr) = 30°.

Also PZ = 90° — 51° 32' = 38° 28'
PS = 90° — 15° 58' = 74° 2'
P = 30°

Dies giebt folgende Berechnung:

1 log. tang. PS =	10,5434580
+ log. cos. P =	9,9375306
	20,4809886
— log. sin. tot. =	10,0000000
log. tang. PY =	10,4809886

PY = 71° 43'
ZY = PY — PZ = 33° 15'

log. tang. P = 9,76142394
+ log. sin. PY = 9,97750026
19,73894420
— log. sin. ZY = 9,73901291
log. tang. Z = 9,99992291.
Z = 135°

Denn weil PY > PZ, so fällt der senkrechte Bogen SY ausserhalb des Dreiecks und Z ist folglich ein stumpfer Winkel im Dreieck PZS. Also das *Azimuth* HZF = 45°.

2) log. cos. PS = 9,43945600
+ log. cos. ZY = 9,92235490
19,36181090
— log. cos. PY = 9,49653700
log. cos. SZ = 9,86527390
SZ = 42° 50'.
Also die Höhe SF = 47° 10'.

Um die Rechnung kürzer und leichter überschbar zu machen, ist hier auf Secunden nicht Rücksicht genommen, welches bei genauen astronomischen Rechnungen aber allerdings geschehen muss.

§. 63. *Zusatz. Wenn Polhöhe, Abweichung und Höhe gegeben sind, so werden Abstand vom Mittagskreise und Azimuth daraus gefunden.* Es sind alsdann in dem Dreieck ZPS alle drei Seiten gegeben. (Sphär. Trigon. §. 472.) Die Winkel P und Z werden gesucht.

Auch dieses wollen wir noch durch ein Exempel erläutern, wobei wir die Angaben, wie im vorigen Exempel, beibehalten wollen, um die Übereinstimmung der Berechnungen zu zeigen. Wir suchen P.

Was (sphär. Trig. §. 472.)	A	B	C hiess,
heisst hier	P	S	Z
Ferner, was dort	a	b	c war,
ist hier	SZ	PZ	PS
und in Zahlen	42° 50'	38° 28'	74° 2'

Die dortige Formel also

$$\sin.\tfrac{1}{2}A = r\left(\frac{\sin.\tfrac{1}{2}(a+b-c).\sin.\tfrac{1}{2}(a-b+c)}{\sin. b . \sin. c}\right)$$

würde hier folgende Rechnung geben:

SZ = 42° 50'	SZ = 42° 50'
+ PZ = 38° 28'	− PZ = 38° 28'
81° 18'	4° 22'
− PS = 74° 2'	+ PS = 74° 2'
7° 16'	78° 24'
div. 2)	div. 2)
3° 38'	39° 12'

log. sin. 3° 38'	= 8,8018915
+ log. sin. 39° 12'	= 9,8007372
log. des Zählers	= 18,6026287

log. sin. PZ = 9,79383 17
+ log. sin. PS = 9,9329140
log. des Nenners = 19,7767457
log. des Bruchs = 0,8258830 — 2
div. 2)
log. sin. $\frac{1}{2}$ P (für r = 1) = 0,4129415 — 1
log. sin. tab. $\frac{1}{2}$ P = 9,4129415
$\frac{1}{2}$ P = 15°
Stundenwinkel P = 30°

Die Rechnung, wodurch Z und mithin das Azimuth gefunden wird, ist dieser völlig ähnlich.

§. 64. *Aufgabe. Bogen der Tagekreise in Sternzeit zu verwandeln.*

Auflösung. Der Bogen sey = m so ist
360° : m = 24 Stunden : gesuchten Sternzeit.

Beweis. Die Beobachtung lehrt, dass in gleichen Zeiträumen (die vermittelst eines guten Uhrwerks genau bemerkt werden können) auch gleiche Bogen des Aequators und der Tagekreise überhaupt durch den Meridian gehen, dass sich immer die Bogen wie die Zeit verhalten. Da sich nun der ganze Umkreis des Aequators, oder irgend eines andern Tagekreises, also 360° in einem Sterntage oder 24 Sternstunden durch den Meridian bewegt, so findet man nach obiger Proportion die Zeit, welche ein Bogen = m braucht, um durch den Meridian zu gehen.

§. 65. *Zusatz.* So findet sich, dass folgende Bogen und Zeiten zusammengehören. (Stunden, Minuten, Secunden werden durch ^{h}; $'$; $''$; bezeichnet).

Bog.	360°	180°	90°	60°	30°	15°	1°	15′	1′
Zeit.	24^{h}	12^{h}	6^{h}	4^{h}	2^{h}	1^{h}	1′	1′	4″

§. 66. *Anmerkung.* 1) Wir haben bei Messung der Höhen bisher vorausgesetzt, dass das Licht von einem Stern in gerader Linie in unser Auge komme; allein da der Lichtstrahl durch die Luft gehen muss, und diese je weiter gegen die Erde desto dichter wird, so wird die Voraussetzung nicht ganz richtig seyn. Der Strahl wird in der Luft gebrochen und macht, weil er nach und nach in dichtere Luftschichten kommt, eine krumme Linie. Aus den Gesetzen der Brechung erhellet, dass man also den Stern höher sehe, als er ohne Brechung des Lichts gesehen würde, dass also der Abstand vom Scheitel vermindert werde.

2. Je weiter gegen den Horizont der Stern steht, um desto schiefer fällt der Lichtstrahl auf das brechende Medium; hingegen je weiter gegen das Zenith, desto mehr nähert er sich der senkrechten Lage, und im Zenith selbst fallen Strahl und Einfallsloth zusammen. Daher ist Refraction im Horizonte am beträchtlichsten, weiter hinauf nimmt sie ab und im Zenith ist sie Null.

3. Der Strahl bleibt aber bei dieser Brechung in der Ebne durch Auge, Zenith und Stern, oder in der Ebne des Verticalkreises des Sterns (wie aus des Dioptrik klar ist). Folglich wird durch die Refraction der Stern nicht aus dem Scheitelkreise gerückt und sein Azimuth bleibt deshalb unverändert.

§. 67. *Aufgabe. Die Refraction für jede gegebene wahre Höhe SF zu berechnen.* (Fig. 1.)

Auflösung. 1) Man suche einen Stern aus, der, wenn er culminirt, nahe beim Zenith steht, und messe dessen Mittagshöhe. Diese beobachtete Mittagshöhe MH wird mit der wahren einerlei seyn, weil die Refraction beim Zenith unmerklich klein ist.

2) Man berechne hieraus dieses Sterns Declination MA.

3) Aus der Declination der bekannten Polhöhe und der gegebenen Höhe SF berechne man den Stundenwinkel SPZ (§. 63.)

4. Verwandle den Zeitbogen AB als das Maas des Stundenwinkels in Sternzeit.

5. In dem Augenblick, wenn seit der Culmination so viel Zeit verflossen ist, als nach (4.) berechnet war; beobachte man die scheinbare Höhe des Sterns. Diese wird nun grösser seyn, als die wahre Höhe SF, für welche die

Rechnung angestellt war, und der Unterschied ist die Refraction.

§. 68. *Zusatz.* Anstatt die wahre Höhe als gegeben anzunehmen, und daraus die *Zeit* zu berechnen, wann der Stern diese Höhe haben müsse, kann man auch umgekehrt eine beliebige Zeit vor oder nach der Culmination annehmen, und daraus die *wahre Höhe* berechnen, die der Stern um diese Zeit haben muss, welche sodann, mit der *beobachteten* verglichen, ebenfalls die Refraction giebt.

§. 69. *Zusatz.* So kann man Tafeln für die Strahlenbrechung, *Refractionstabellen,* berechnen, die man dann bei jeder beobachteten Höhe zu Rathe ziehen muss, um die wahre zu bestimmen.

§. 70. *Anmerkung.* Die Berechnung der Refraction §. 67. setzt die Polhöhe als bekannt voraus; und um die Polhöhe richtig zu finden, muss wiederum die Refraction bekannt seyn. Dies scheint widersinnig. Man muss in der Astronomie oft anfangs unrichtige Voraussetzungen annehmen, um sich der Wahrheit nach und nach zu nähern.

Der wahre Ort des Pols sey P Fig. 2. Wegen der Refraction erscheint er höher in p. Bei der ersten Berechnung der Refraction §. 67. nimmt man den Pol also irriger Weise in p an. Der Stundenwinkel, den man berechnet, (§. 67.

3.) ist also SpZ, grösser, als der wahre SPZ. Wenn man also nach diesem Stundenwinkel SpZ die Zeit bestimmt, wo man den Stern beobachten will, so wird diese Zeit zu gross seyn, das heisst, man wird den Stern zu lange vor oder nach der Culmination beobachten; man wird also seine scheinbare Höhe kleiner finden, als man sie bei richtig angenommener Polhöhe finden würde; folglich den Unterschied zwischen der scheinbaren und der gegebenen wahren Höhe, das heisst die *Refraction* gewiss nicht zu gross, sondern etwas *zu klein*.

Oder wenn man nach §. 68. einen gewissen Stundenwinkel = SPZ annimmt, so nimmt man einen Winkel von der genannten Grösse, dessen Scheitel aber in den falschen Ort des Pols gesetzt wird, und dieser Winkel ist spZ. Man berechnet also den Abstand vom Zenith = Zs kleiner, als bei eben dem Stundenwinkel für den wahren Pol berechnet würde, wo derselbe = ZS ist. Die berechnete Höhe wird also für den angenommenen Stundenwinkel etwas zu gross seyn. Mithin wiederum der Unterschied zwischen ihr und der scheinbaren, das heisst die *Refraction zu klein*.

Wenn man nun nach dieser so berechneten Refraction die Polhöhe verbessert, so wird man dieselbe zwar kleiner als die scheinbare, aber noch etwas grösser als die wahre finden,

oder der so bestimmte Ort des Pols wird zwischen p und P fallen. Die für diese Polhöhe aufs neue berechnete Refraction wird nun weniger von der wahren abweichen; und die für diese letztgefundene Refraction berechnete Polhöhe wird folglich auch wiederum der wahren Polhöhe näher kommen.

§. 71. *Anmerkung.* Die bisherigen Bestimmungen des Orts am Himmel und der Zeit wurden blos aus der *gemeinschaftlichen täglichen Bewegung* hergeleitet. Aus ihnen lässt sich aber noch nicht die Lage jedes Punctes am Himmel auf eine allgemein brauchbare Art bestimmen, denn *Höhe* und *Azimuth* ändern sich mit jedem Augenblick und mit jedem Standorte. *Declination* allein bestimmt auch nicht genau den Ort eines Sterns, sondern nur, in welchem Parallelkreise er stehe. Wir nehmen daher noch die *eigne Bewegung der Sonne* zu Hülfe.

§. 72. *Erfahrung.* Die Declination der Sonne ist ein halbes Jahr hindurch nördlich, und die andere Hälfte des Jahres südlich. Zweimal im Jahre, im Frühling und Herbst, ist sie Null, oder die Sonne steht dann im Aequator selbst; und *dann geht sie gerade in Osten auf, und gerade in Westen unter.*

§. 73. *Zusatz.* Der Mittelpunct der Sonne scheint mit eigner Bewegung in einem

Kreise fortzurücken, welcher den Aequator in zweien Puncten schneidet.

§. 74. *Erfahrung.* Wenn man sich den Punct des Aequators merkt, wo die Sonne das eine Mal stand, als sie im wahren Westen untergieng, so findet man, dass sie nach einem halben Jahre, wenn sie wieder im Westpunct untergeht, sich in einem Puncte des Aequators befindet, der von jenem um 180° im Aequator entfernt ist.

§. 75. *Zusatz.* Die beiden Durchschnittspuncte (§. 73.) stehen sich also gerade gegenüber, oder die gerade Linie, welche sie verbindet, ist ein Durchmesser des Aequators. Der Kreis, worin der Mittelpunct der Sonne mit eigner Bewegung fortzurücken scheint, halbirt also den Aequator und ist folglich ein *gröster* Kreis. (Geom. §. 315.)

§. 76. *Erklärung.* Die *Ekliptik* ist der gröste Kreis an der scheinbaren Himmelskugel, in welchem der Mittelpunct der Sonne mit eigner Bewegung fortzurücken scheint.

§. 77. *Erklärung.* *Aequinoctialpuncte* heissen die beiden Durchschnittspuncte der Ekliptik und des Aequators.

Frühlingspunct heisst für unsere Gegenden derjenige, von welchem die Sonne in die nördliche Halbkugel rückt.

Herbstpunct derjenige, von welchem sie in die südliche Halbkugel rückt.

Aequinoctien oder *Nachtgleichen* sind die beiden Zeitpuncte, wo die Sonne in diesen beiden Puncten ist.

§. 78. *Erklärung.* *Solstitialpuncte* heissen die beiden Puncte der Ekliptik, welche von den Aequinoctialpuncten um 90° abstechen, oder in welchen die Sonne ihre grösste Declination hat.

Sommerpunct heisst für unsere Gegenden der, wo sie die grösste nördliche Declination hat.

Winterpunct der, wo sie die grösste südliche Declination hat.

§. 79. *Erklärung.* *Schiefe der Ekliptik* heisst der Winkel, unter welchen Aequator und Ekliptik gegeneinander geneigt sind.

§. 80. *Erklärung.* *Coluren* nennt man die beiden grössten Kreise durch die beiden Weltpole und durch Aequinoctial- und Solstitialpuncte.

Aequinoctialcolur oder Colur der Nachtgleichen ist der grösste Kreis durch die Weltpole und Aequinoctialpuncte.

Solstitialcolur, der grösste Kreis durch die Weltpole und Solstitialpuncte.

§. 81. *Erklärung.* *Polarkreise* sind die kleineren Kreise, welche die Pole der Ekliptik bei der täglichen Bewegung um die Weltpole beschreiben.

Wendekreise sind die kleineren Kreise, welche die Solstitialpuncte bei der täglichen Bewegung beschreiben, oder welches einerlei ist; es sind die Tagekreise der Sonne, wenn sie ihre grösste Declination hat.

Es giebt einen nördlichen und einen südlichen Polarkreis, so wie einen nördlichen und einen südlichen Wendekreis.

§. 82. *Erklärung.* *Puncte des Aufgangs und Untergangs* sind diejenigen Puncte, wo sich Ekliptik und Horizont schneiden. *Winkel des Aufgangs* ist der Winkel, unter welchem die Ekliptik gegen den Horizont geneigt ist. Der *Neunzigste* (Nonagesimus) ist der Punct der Ekliptik, welcher von den Durchschnittspuncten der Ekliptik und des Horizonts 90° entfernt ist.

§. 83. *Zusatz.* Da die Umdrehung um die Weltaxe, nicht aber um die Axe der Ekliptik geschieht, so kömmt dieser Kreis bei einer Umdrehung immer in andere Lagen. Die Puncte des Aufgangs und Untergangs, so wie der Winkel des Aufgangs, verändern sich also.

§. 84. *Anmerkung.* Um sich dieses anschaulich zu machen, muss man einen Globus

oder eine Ringkugel (Sphaera armillaris) zur Hand haben, welche die hauptsächlichsten Kreise in ihrer Lage gegeneinander darstellt.

In der 3. Figur ist AD der Aequator; EF die Ekliptik; PWQ der Aequinoctialcolur; PAQD der Solstitialcolur; KL und MN sind die Polarkreise; HE und FG die Wendekreise.

§. 85. *Erklärung.* Die *zwölf Zeichen der Ekliptik* sind zwölf gleiche Bogen, jeder von 30°. Vom Frühlingspunct als Anfangspuncte an gezählt, der täglichen Bewegung entgegen, also nach der eignen Bewegung der Sonne, sind die Namen und Bezeichnungen folgende:

Widder, Stier, Zwillinge, Krebs, Löwe,
♈ ♉ ♊ ♋ ♌
Jungfrau, Wage, Skorpion, Schütze,
♍ ♎ ♏ ♐
Steinbock, Wassermann, Fische.
♑ ♒ ♓

§. 86. *Erklärung.* Der *Thierkreis* ist ein Streifen etwa 20° breit, der so um die Himmelskugel geht, dass die Ekliptik in dessen Mitte ist, oder dass die Gränzen desselben in einer Weite von 10° auf jeder Seite mit der Ekliptik parallel gehen.

§. 87. *Erklärung.* *Rectascension* (gerade Aufsteigung) ist der Bogen des Aequators

zwischen Frühlingspunct (♈) und Declinationskreis *nach* der Ordnung der Zeichen, d. h. der Richtung der täglichen Bewegung entgegen gezählt.

§. 88. *Zusatz.* Kann man nun den Punct ♈ des Aequators genau angeben, so kann eines jeden Sternes Rectascension angegeben werden, und durch diese nebst der Declination ist alsdann der Ort des Sterns an der scheinbaren Himmelskugel in Beziehung auf den Aequator völlig bestimmt.

§. 89. *Erklärung.* *Breitenkreise* sind grösste Kreise durch die Pole der Ekliptik, also das in Beziehung auf die Ekliptik, was Declinationskreise in Beziehung auf den Aequator.

Breite eines Sterns ist der Bogen des durch ihn gelegten Breitenkreises zwischen dem Stern und der Ekliptik.

§. 90. *Zusatz.* Die Sonne, welche immer in der Ekliptik selbst ist, hat niemals Breite.

§. 91. *Erklärung.* *Länge* eines Sterns ist der Bogen der Ekliptik zwischen dem Frühlingspuncte und dem Breitenkreise des Sterns. Steht der Stern in der Ekliptik selbst, so ist es folglich der Bogen zwischen dem Frühlingspunct und dem Stern. Bei der Sonne der Bogen zwischen Frühlingspunct und Mittelpunct der Sonne.

§. 92. *Zusatz.* *Länge* und *Breite* bestimmen den Ort eines Sterns in Beziehung auf die *Ekliptik*, so wie *Rectascension* und *Declination* in Beziehung auf den *Aequator;* und so wie *Azimuth* und *Höhe* in Beziehung auf den *Horizont.* Zu den beiden ersten Bestimmungen ist die Auffindung eines bestimmten Punctes in Aequator und Ekliptik, nemlich des *Frühlingspunctes,* nöthig: so wie zu der letztern Bestimmung die Findung der Mittagsfläche und des *Südpunctes* nöthig war.

§. 93. *Aufgabe. Die Schiefe der Ekliptik durch Beobachtung zu finden.*

Auflösung. Man beobachte um die Zeit des Sommersolstitiums, wo die Sonne die gröste nördliche Declination hat, die Mittagshöhen der Sonne einige Tage nach einander, wenn die Höhen noch wachsen, und bis sie wieder abnehmen. Von der grössten Mittagshöhe der Sonne die Aequatorshöhe abgezogen, lässt die grösste Declination, das heisst, die Schiefe der Ekliptik übrig.

§. 94. *Anmerkung.* Wenn dieses Verfahren die Schiefe der Ekliptik völlig richtig geben sollte, so müsste die Sonne gerade im Mittage ihre grösste Declination haben. Dies wird nun freilich selten zutreffen, allein der Fehler, der dabei begangen werden kann, ist nicht beträchtlich, weil die Declination der Sonne um

die Zeit der Solstitien sich nur langsam ändert.

§.95. *Exempel.* GrösteMittagshöhe = 61° 56'
Hievon abgezogen die Aequatorshöhe = 38° 28'
bleibt übrig die Schiefe der Ekliptik 23° 28'

§. 96. *Anmerkung.* Die Vergleichung älterer und neuerer Beobachtungen zeigt, dass die Schiefe der Ekliptik sich vermindere, welche Verminderung aber in 100 Jahren nur etwa 1 Minute beträgt.

§. 97. *Aufgabe. Die Länge und Rectascension der Sonne für einen gegebenen Zeitpunct zu finden.*

Auflösung. Man suche aus der zur gegebenen Zeit beobachteten Mittagshöhe die Declination der Sonne BS Fig. 3. Da nun überdem in dem sphärischen Dreieck SWB die Schiefe der Ekliptik oder der Winkel W und der rechte Winkel B gegeben sind, so findet sich daraus die *Länge* WS nach sphär. Trigon. §. 485.

Was dort A ; B ; C hiess,
heisst hier B ; S ; W

Also sin. W : r = sin. BS : sin. WS.

So auch die Rectascension WB

r : cot. W = tang. BS : sin. WB.

§. 98. *Aufgabe. Aus der gegebenen Länge der Sonne ihre Declination und Rectascension zu finden.*

Auflösung. Die Schiefe der Ekliptik ist schon gefunden. Also hat man den Fall sphär. Trigon. §. 456.

Wass dort A ; B ; C hiess,
heisst hier B ; W ; S.

Um die Declination BS zu finden, hat man

r : sin. W = sin. WS : sin. BS

Und um die Rectascension WB zu finden,

r : cos. W = tang. WS : tang. WB.

§. 99. *Exempel.* Die Sonne steht im 20sten Grad des Zeichens des Stiers (welches man so ausdrückt ♉ ; 20 ;) so ist WS = 30 + 20 = 50°.

log. sin. WS = 9,8842540
log. sin. W = 9,6001181

log. sin. BS = 9,4843721
Declination BS = 17° 45½'.

Ferner log. tang. WS = 10,0761865
log. cos. W = 9,9625076

log. tang. WB = 10,0386941
Rectascension WB = 47° 33'.

§. 100. *Zusatz.* Wenn WS = 1° so findet man BS beinahe 24 Minuten. Also um die Zeit der Nachtgleichen ändert sich die Declination der Sonne um beinahe 24 Minuten, indem die Sonne einen Grad fortrückt, das heisst ungefähr in einem Tage.

Wenn WS = 89°, so ist
BS = 23° 27' 44". Ist aber WS = 90°, so ist
BS = 23° 28'

Unterschied = 16".

Also um die Zeit der Solstitien beträgt die Änderung der Declination nur 16 Secunden, indem die Sonne um 1° in ihrer Bahn fortrückt.

§. 101. *Aufgabe. Die Rectascension eines Sterns zu finden.*

Auflösung. Man beobachte die Culmination des Sterns und die nächstvorhergehende oder folgende Culmination der Sonne.

Die zwischen beiden Augenblicken verflossene Sternzeit verwandle man in Bogen des Aequators, so hat man den *Unterschied der Rectascensionen* des Sterns und der Sonne. Da man nun die Rectascension der Sonne nach §. 98 gefunden hat, so braucht man nur den gefundenen Unterschied dazu zu addiren oder davon abzuziehen, um die Rectascension des Sterns zu finden.

§. 102. *Anmerkung.* So kann demnach nach §. 59. die Declination und nach §. 101. die Rectascension also der Ort eines Sterns in Beziehung auf den Aequator bestimmt werden.

§. 103. *Aufgabe. Die Länge und Breite eines Sterns aus seiner Rectascension und Declination zu finden.*

Auflösung. Der Fixstern sey in X Fig. 3. Seine Rectascension WC ist gegeben, also auch deren Ergänzung zu 90°, das heisst der Bogen CA oder der Winkel CPA, folglich auch dessen

Ergänzung zu 180°, oder der Winkel P im Dreieck LPX, (wo L der Pol der Ekliptik ist).

Ferner ist die Breite des Sterns CX gegeben, folglich auch deren Ergänzung zu 90° oder die Seite PX des genannten Dreiecks.

Endlich ist PL der Schiefe der Ekliptik gleich, die auch schon bekannt ist.

Man kann demnach in dem sphärischen Dreieck LPX die übrigen Stücke berechnen. Nämlich erstlich den Winkel L, dessen Maas VE ist, wodurch zugleich dessen Ergänzung zu 90°, das ist die *Länge* WV gefunden wird.

Und zweitens die dritte Seite LX, wodurch zugleich ihre Ergänzung zu 90°, das ist die Breite VX, gefunden wird.

Es ist der Fall sphär. Trigon. §. 474. Man denke sich von X einen senkrechten Bogen auf LP, und nenne den Punct, wo er eintrifft, Y.

Was sph. Trig §. 474.	A	B	C	D hiess,
heisst also hier	P	X	L	Y

und man hat I) um L zu finden,

r : cos. P = tang. PX : tang. PY.

durch PY ist auch LY bekannt. Sodann ist

sin. LY : sin. PY = tang. P : tang. L.

II) Um LX zu finden,

cos. PY : cos. LY = cos. PX : cos. LX

§. 104. *Exempel.* Es sey eines Sterns Rectascension = 26° 53' Declination = 41° 2'

nördlich. So ist CA = 90° — 26° 53' = 63° 7' als der Nebenwinkel des stumpfen Winkels P im Dreieck LPX. Letzterer ist = 116° 53'.

Ferner ist PX = 90° — 41° 2' = 48° 58' und PL = 23° 28'.

Dies giebt folgende Rechnung:

I) log. tang. PX = 10,06032 67
log. cos. P = 9,6553068
log. tang. PY = 9,71156335

daraus findet sich PY = 27° 27'.

Der senkrechte Bogen fällt ausserhalb des Dreiecks, weil P stumpf ist, mithin LY = LP + PY = 23° 28' + 27° 27' = 50° 55'.

log. tang. P = 10,2950235
log. sin. PY = 9,6636768
19,9587003
log. sin. LY = 9,8899903
log. tang. L = 10,0687100

daraus findet sich L = 49° 31'.

Also die *Länge* WV = 90° — 49° 31' = 41° 29' oder (weil 30° auf ein *Zeichen* der Ekliptik gehen) = 1^s 11° 29', welches man auch so schreibt ♉ 11° 29'.

II) log. cos. PX = 9,8172334
log. cos. LY = 9,79965 07
19,6168841
log. cos. PY = 9,9481260
log. cos. LX = 9,6687581

dies giebt LX = 62° 12'.

Mithin die *Breite* VX $= 90° - 62° 12' =$ $27° 48'$.

§. 105. *Anmerkung.* Da man die Rectascension und Declination, so wie die Länge und Breite eines jeden Fixsterns bestimmen kann, so lassen sich *Verzeichnisse* der Fixsterne verfertigen, worin ihre Örter in Beziehung auf den Aequator und vornehmlich auf die Ekliptik angegeben werden. Die Alten beobachteten Länge und Breite unmittelbar; die Neuern aber beobachteten seit *Tycho de Brahe* sicherer Rectascension und Declination und leiten daraus Länge und Breite durch Rechnung her.

Das älteste Fixsterrverzeichniss ist von *Hipparch*, der etwa 150 Jahr vor Christi Geburt zu Alexandrien lebte. Dieses wurde vom *Ptolomaeus* vermehrt und für das Jahr 137 nach Christi Geburt eingerichtet. Er enthält 1022 Sterne. *Albatani* verbesserte es für das Jahr 880. *Ulug Beigh* ein tartarischer Fürst liess 1437 ein Sternverzeichniss aus eignen Beobachtungen verfertigen, welches 1017 Sterne enthält. *Tycho de Brahe* verfertigte ein neues genaues Verzeichniss auf das Jahr 1600, welches *Kepler* (1627) und Riccioli (1700) vermehrten und verbesserten. Der Landgraf von Hessen-Cassel, *Wilhelm IV.*, machte zu gleicher Zeit mit Tycho de Brahe ein Verzeichniss von 400 Sternen. *Halley* vermehrte (für das Jahr 1677) die bisherigen mit 350 südlichen Fixsternen, die in

unsern Gegenden nicht über den Horizont kommen. *Hevel* stellte die ältern Verzeichnisse zusammen (1660, 1700.) *Flamstead* verfertigte das vollständigste von 3000 Sternen. (1725.) *De la Caille* beobachtete südliche Gestirne auf dem Vorgeb. der guten Hofnung (1751, 1752.) *Bode* hat in der Sammlung astronomischer Tafeln 1766 ein Verzeichniss von 3175 Sternen und in seiner Vorstellung der Gestirne .... 1782 ein noch grösseres von 5058 Sternen geliefert. Von einem in Frankreich neu unternommenen Verzeichniss von *dreissig tausend* Fixsternen s. Hindenburgs Archiv. IV. Heft. 7.

§. 106. *Anmerkung.* Schon in den entferntesten Zeiten hat man die Sterne in gewisse Sammlungen oder Gruppen vertheilt, denen man die Figuren von Menschen, Thieren u. dergl. gegeben hat. Diese *Sternbilder* haben grösstentheils Beziehung auf die Mythologie der Alten. Die Neuern haben sie beibehalten und mit neuen vermehrt. Die Benennungen derselben hieher zu setzen, würde von keinem Nutzen seyn, da man sie nicht leicht aus Erzählung, sondern am besten aus *Sterncharten* oder durch *künstliche Himmelskugeln* kennen lernt.

Auch viele einzelne Sterne haben besondre Namen, grösstentheils arabische. Aus *Bodens* Anleitung zur Kenntniss des gestirnten Himmels kann man sich von allem diesen ausführlicher unterrichten. Noch ist zu bemerken, dass Sternverzeichnisse, Charten u. s. w. nicht für alle Zei-

ten richtig bleiben können, wovon folgende Erfahrung den Grund angiebt.

§. 107. *Erfahrung.* Die Länge der Fixsterne bleibt nicht immer dieselbe, sondern nimmt jährlich zu. Dieses Wachsthum der Länge beträgt in einem Jahre ungefähr $50\frac{1}{2}$ Secunde, also erst in ungefähr 71 Jahren 1 Grad. Die Breite aber bleibt so gut wie ungeändert.

§. 108. *Zusatz.* Diese Erscheinung lässt sich auf zweierlei Art erklären. Entweder rücken alle Fixsterne *nach* der Ordnung der Zeichen vom Frühlingspuncte weg, indem dieser unbeweglich bleibt, oder die Fixsterne bewegen sich nicht, sondern der Frühlingspunct bewegt sich *gegen* die Ordnung der Zeichen zurück.

Es ist klar, dass die letztere Voraussetzung weit einfacher ist, dass nemlich die scheinbare eigne Bewegung der Fixsterne von einer Verrückung der Durschnittspuncte des Aequators und der Ekliptik entstehe. Man nennt diese das *Rückwärtsgehen der Nachtgleichen.*

§. 109. *Zusatz.* Wenn die Durchschnittspuncte des Aequators und der Ekliptik sich verrücken, so müssen nothwendig auch ihre Pole ihre Lage gegeneinander ändern. Sind die Ekliptik und ihre Pole unbeweglich, so müssen die Weltpole sich um die Pole der Ekliptik herum bewegen. Zu einem ganzen solchen Umlaute sind aber 25748 Jahre nöthig.

§. 110. *Zusatz.* Durch das Rückwärtsgehen der Nachtgleichen müssen nothwendig

auch *Rectascension* und *Declination* verändert werden.

§. 111. *Erklärung.* Der *wahre Mittag* ist der Zeitpunct, wo der Mittelpunct der Sonne in der öbern Culmination ist. Ein *wahrer Sonnentag* ist die Zeit von einem wahren Mittage bis zu andern.

§. 112. *Zusatz.* Da die Sonne der täglichen Bewegung entgegenrückt (§. 13.) so entsteht daraus ein Unterschied des wahren Sonnen- tages und Sterntages. Wenn nemlich jetzt die Sonne culminirt, so wird sie nach Verlauf einer Umdrehung des Himmels oder eines Sterntages noch nicht wieder im Meridian seyn. Sie kömmt also morgen später in den Meridian, als ein Stern, mit dem sie heute zugleich culminirt. *Der Sonnentag ist also länger, als der Sterntag.*

§. 113. *Zusatz.* Indem die Sonne täglich vermöge ihrer eigenen Bewegung *nach* der Ordnung der Zeichen fortrückt, wächst folglich ihre Rectascension.

§. 114. *Erfahrung.* Der Unterschied, um welchen die Rectascension der Sonne täglich wächst, ist nicht immer gleich.

§. 115. *Zusatz.* Folglich sind auch die wahren Sonnentage nicht alle gleich lang. Wollte man also den wahren Sonnentag in Stunden u. s. w. eintheilen, so müssten diese an einem Tage länger, am andern Tage kürzer gemacht

werden, welches viel Unbequemlichkeit und Verwirrung machen würde.

Da man sich indessen doch mit den Zeiteintheilungen nach der Sonne richten muss, und *wahre Sonnenzeit* unbrauchbar ist, so nimmt man eine *mittlere Sonnenzeit* an.

§. 116. *Erklärung.* Ein *mittlerer Sonnentag* wäre die Zeit von einem Mittage bis zum andern, wenn die Rectascension der Sonne sich täglich gleichviel änderte.

§. 117. *Zusatz.* Man denke sich eine Sonne, welche immer im Aequator und zwar mit gleichförmiger Bewegung fortrückte, indem die wahre Sonne mit ungleichförmiger Bewegung in der Ekliptik fortrückte, so dass beide zugleich vom Frühlingspuncte ausgehen und wieder daselbst eintreffen. Die Zeit von einer öbern Culmination jener erdichteten Sonne zur andern würde immer gleich seyn und wäre ein mittlerer Sonnentag. Der Bogen, um welchen die erdichtete Sonne täglich im Aequator fortrückte, wäre die mittlere Änderung der Rectascension.

§. 118. *Zusatz.* Da während eines ganzen Umlaufs, das heisst in einem Sonnenjahre, sich die Rectascension der Sonne um 360° ändert, so würde die mittlere Änderung der Rectascension in einem Tage sich finden lassen, wenn man genau die Grösse des Sonnenjahrs wüsste,

§. 119. *Aufgabe. Die Grösse des Sonnenjahres zu finden.*

Auflösung. Man bemerke zwei Zeitpuncte, wo die Sonne gleiche nördliche oder südliche Declination hat. Die Zwischenzeit ist die Grösse des Sonnenjahrs.

§. 120. *Zusatz.* Die Declination wird durch Mittagshöhe gefunden. Sind die Mittagshöhen gleich, so sind es auch die Declinationen und umgekehrt.

Allein der Zeitpunct im folgenden Jahre, wo die Sonne wieder dieselbe Declination hat, wie etwa heute um Mittag, kann vielleicht nicht gerade wieder um Mittag fallen. Man würde also nicht zwei genau gleiche Mittagshöhen finden.

In diesem Falle müsste man an zwei auf einander folgenden Mittagen des folgenden Jahres die Mittagshöhen nehmen, wovon die eine grösser, die andere kleiner, als die bei der ersten Beobachtung ist. Wie hieraus der Zeitpunct der gleichen Declination, mithin die Grösse des Sonnenjahres gefunden werde, wird sogleich aus einem Exempel erhellen.

§. 121. *Exempel.* Es sey Mittagshöhe der Sonne

bei der ersten Beobachtung	= 50°	8′	10″
bei der zweiten	= 50°	5′	6″
bei der dritten	= 50°	17′	45″

Also

Unterschied der ersten und zweiten = 3' 4"
Unterschied der zweiten und dritten = 12' 39"

Zwischen der zweiten und dritten ist ein ganzer wahrer Sonnentag verflossen, mithin rechnet man nach der Regel de tri:

$$12' 39'' : 3' 4'' = 1 : x$$

wo x als ein Bruch des wahren Sonnentages die Zeit ist, welche zwischen der zweiten Beobachtung und dem Zeitpunct verfliesst, wo die Sonne dieselbe Declination hat, die sie bei der ersten Beobachtung hatte. Man findet

$$x = \frac{184}{759} = 0{,}242\ldots$$

Zwischen der ersten und zweiten Beobachtung verflossen 365 wahre Sonnentage, also die Grösse des Sonnenjahres = 365,242... wahre Sonnentage.

§. 122. *Aufgabe. Die mittlere Änderung der Rectascension der Sonne zu finden.*

Auflösung. Man setze nach der Regel de tri auf, wie sich die Anzahl der Tage im Sonnenjahre zu einem Tag verhält, so verhält sich 360° zur mittlern Änderung der Rectascension.

Die Zahl (§. 121.) für die Grösse des Sonnenjahres angenommen, wäre die mittlere Änderung der Rectascension in Graden $= \frac{360°}{365{,}242}$ oder auf Minuten und Secunden gebracht = 59' 8" und noch etwa 20 Tertien.

§. 123. *Aufgabe. Sternzeit und mittlere Sonnenzeit mit einander zu vergleichen.*

Auflösung. Während eines Sterntages gehen alle 360° des Aequators durch den Meridian, während eines mittlern Sonnentages aber 360° 59′ 8″ (wenn man die Tertien weglässt).

Der Bogen von 59′ 8″ in Sternzeit verwandelt nach §. 65. giebt 3′ 56″ 32‴ Sternzeit.

Man erhält hieraus folgende Vergleichungen:

Sternzeit.		*Mittlere Sonnenzeit.*
$24^h\ 3'\ 56''\ 32'''$	=	24^h
24^h	=	$23^h\ 56'\ 4''$

§. 124. *Zusatz.* Hienach kann man leicht Bogen des Aequators in mittlere Sonnenzeit verwandeln und umgekehrt. Zum Beispiel: um einen Bogen von 1 Grad zu durchlaufen, braucht ein *Fixstern* 4′ *Sternzeit*, aber nur 3′ 59″ 21‴ *mittlere Sonnenzeit.*

Die *Sonne* aber (ich rede hier von der gleichförmig gehenden §. 117.) braucht, um einen Bogen von 1 Grad in der täglichen Bewegung zurückzulegen, 4′ *mittlere Sonnenzeit*, oder 4′ 0″ 34‴ *Sternzeit.*

Die *wahre Sonne* durchläuft ebenso 1 Grad in 4′ *wahrer Sonnenzeit.*

§. 125. *Aufgabe. Für eine gegebene Polhöhe den halben Tagebogen eines Sterns zu finden, dessen Declination bekannt ist.*

Auflösung. Es sey VM Fig. 1. der gesuchte Tagebogen eines Sterns S. Er hat gleiche Anzahl Grade mit dem Bogen des Aequators AI und dieser ist das Maas des Winkels API oder ZPV. Es wird also im Dreiecke ZPV der Winkel P gesucht. Das genannte Dreieck ist aber ein solches, worin die eine Seite ZV ein Quadrant ist, wobei man also sphär. Trigon. §. 462. anwenden kann. Man verlängert nemlich die andere Seite ZP bis R, so dass ZR auch ein Quadrant wird. Im rechtwinklichten Dreieck PVR, worin ausser dem rechten Winkel R die Cathete PR und die Hypothenuse PV gegeben sind, berechnet man den Winkel P (nach sph. Trig. §. 455. n. 2.) durch die Proportion r : tang. RP = cot. PV : cos. P oder r : tang. RP = tang. IV : cos. P, das heisst, es verhält sich der sin. tot. zur tang. der Polhöhe wie die tangente der Declination zum Cosin. des Winkels, der den halben Tagebogen zu 180° ergänzt.

§. 126. *Exempel.* Es sey die Polhöhe PR = 51° 32' die Declination IV = 23° 28'. So ist

log. tang. declin. = 9,6376106
log. tang. alt. pol. = 10,0999135
log. cos. VPR = 9,7375241

daraus findet sich VPR = 56° 52' 43"
Also der halbe Tagebogen VM = 123° 7' 17"

§. 127. *Aufgabe. Für eine gegebene Polhöhe und Declination der Sonne die Länge des Tages und der Nacht zu finden.*

Auflösung. Man berechne den halben Tagebogen der Sonne nach §. 126. und verwandle denselben in *wahre* Sonnenzeit, so hat man die halbe Tageslänge, diese doppelt genommen, giebt die ganze Tageslänge, und diese von 24 Stunden abgezogen, die Länge der Nacht, alles in wahrer Sonnenzeit.

§. 128. *Exempel.* Der in §. 126. berechnete halbe Tagebogen ist derjenige, welchen die Sonne für hiesige Polhöhe beschreibt, wenn sie ihre grösste nördliche Declination hat. Man verwandle ihn folgendermassen in wahre Sonnenzeit.

$$360^\circ : 123^\circ\ 7'\ 17'' = 24^h : x$$

Man findet $x = 8^h\ 12'\ 29''\ 8'''$, folglich
ganze Tageslänge $= 16^h\ 24'\ 58''\ 16'''$
oder beinahe $= 16$ Stunden und 25 Min.
Länge der Nacht $= 7$ Stunden und 35 Min.

§. 129. *Zusatz.* Für eine grössere Polhöhe würde bei eben der Declination von $23^\circ\ 28'$ der halbe Tagebogen grösser werden.

Für eine Polhöhe, die das Complement der Declination oder $= 66^\circ\ 32'$ wäre, würde würde die Rechnung folgendes geben.

log. tang. $23^\circ\ 28' = 9{,}6376106$
log. tang. $66^\circ\ 32' = 10{,}3623894$
log. cos. VPR $= 10{,}0000000$

also VPR $= 0$; der halbe Tagebogen folglich $= 180^\circ$; der *ganze* Tagebogen 360° und die

Länge des Tages = 24 Stunden wahre Sonnenzeit. Die Sonne geht für diese Polhöhe an dem Tage, wo sie diese Declination hat, gar nicht unter.

§. 130. *Anmerkung.* Das Bisherige enthält die ersten Erfahrungen und nothwendigsten Sätze zur Bestimmung des Orts und der Zeit, wobei das Weltgebäude so angenommen wird, wie es uns in die Sinne fällt, und welche deshalb unter der Benennung sphärische Astronomie begriffen werden. Diese zum Grunde gelegt, sucht man ferner von wirklicher Gestalt, Grösse, Entfernung und Bewegung der Weltkörper, so viel man kann, zu erforschen.

Entwickelung der Weltordnung.

§. 131. *Erfahrung.* Die scheinbare Gestalt der Erdfläche, dass sie nehmlich wie eine kreisförmige Ebne erscheint (§. 6.), ist an *allen* Orten dieselbe. Der Beobachter, der hier im Mittelpunct dieser Kreisebne ist, findet, wenn er auch hundert Meilen weiter reiset, dieselbe Erscheinung.

§. 132. *Zusatz.* Sollte die Erdfläche wirklich eine Ebne seyn, so müsste sie, um obige Erfahrung zu erklären, entweder unbegränzt seyn, oder wir müssten wenigstens ihren Gränzen nicht nahe genug gekommen seyn, um sie gewahr zu werden.

§. 133. *Zusatz.* Ganz natürlich liesse sich aber die Erscheinung erklären, wenn man annähme, dass die Erde eine *Kugel*, oder wenigstens ein ähnlicher Körper sey, nur aber so gross, dass die Krümmung ihrer Oberfläche bei einem solchen Stücke, welches wir übersehen, nicht in die Augen fiele. Das Segment einer solchen Kugel, welches ein Beobachter übersieht, müsste ihm nothwendig als ein Kreis erscheinen.

§. 134. *Erfahrung.* Von hohen Gegenständen, zum Beispiel Bergen, sieht man in grosser Entfernung nur den öbern Theil. So wie man ihnen näher kommt, scheinen sie sich gleichsam aus dem Grunde empor zu heben und so wie man sich von ihnen entfernt, scheinen sie sich in den Boden einzusenken. Auf der ruhigen See ist dieses am augenscheinlichsten zu bemerken. Man sieht noch den öbern Theil der Masten und Segel bei abfahrenden Schiffen, wenn der untere Körper des Schiffes schon verschwunden ist.

§. 135. *Zusatz.* Auch hieraus wird man auf den Schluss geleitet, dass die Erdfläche nicht eben seyn, sondern eine convexe Krümmung haben müsse.

§. 136. *Anmerkung.* Ein Berg, der etwa eine halbe Meile senkrechte Höhe hat, wird schon in einer Entfernung von 30 Meilen un-

sichtbar; da er doch in einer Entfernung von mehr als 300 Meilen wegen Kleinheit des Gesichtswinkels noch nicht verschwinden könnte.

§. 137. *Erfahrung.* Wenn man von Süden nach Norden, oder von Norden nach Süden reiset, so findet man, dass die Richtung der Tagekreise der Sterne nicht dieselbe bleibt, sondern dass der Winkel, welchen die Ebene des Tagekreises eines gewissen Sternes mit unserm Horizonte macht, sich verändert, so wie wir unsern Standpunct verändern.

§. 138. *Zusatz.* Auch diese Erscheinung erklärt sich offenbar am natürlichsten, wenn man annimmt, dass die Erde ein kugelförmiger Körper sey. Denn wenn die Fläche der Erde eine Kugelfläche ist, so wird mit Veränderung des Standpunctes des Beobachters auch die Lage seines Horizonts, mithin auch der Winkel verändert, den der Horizont mit der Ebne des Aequators und aller Parallelkreise macht.

§. 139. *Erfahrung.* Mit der Erscheinung §. 137. hängt auch die zusammen, dass so wie man aus unsern Gegenden nach Norden reiset, der nördliche Polarstern sich höher über den Horizont erhebt, oder dass die Polhöhe grösser wird, womit denn auch das verbunden ist, dass Sterne, die bei uns untergehen, weiter nach Norden hin nicht untergehen, und umgekehrt, dass Sterne, die bei uns noch in Sü-

den über den Horizont kommen, in nördlichen Gegenden gar nicht mehr aufgehen.

Ferner weiss man aus Erfahrungen der Seefahrer, dass es eine Gegend der Erde giebt, wo die Polhöhe Null ist, oder wo Nord- und Südpol im Horizont liegen, und dass noch weiter nach Süden hin der Nordpol unter dem Horizont verschwindet, wie bei uns der Südpol; hingegen der Südpol dort sich über den Horizont erhebt.

§. 140. *Zusatz.* Nichts kann klärer als diese Erfahrung beweisen, dass die Oberfläche der Erde von Norden nach Süden convex gekrümmt seyn müsse. Auf einer ebnen Erde müsste der Südpol, wenn er für irgend einen Ort unter dem Horizont liegt, für *alle* Örter unter dem Horizonte liegen, und Sterne, die an einem Orte aufgehen, müssten an *allen* Orten aufgehen.

§. 141. *Erfahrung.* Wenn zwei Beobachter, wovon der erste einige Meilen weiter östlich wohnt, als der andere, an einem verabredeten Tage den Aufgang der Sonne nach richtigen und zuvor *übereinstimmend* gestellten Uhren beobachten, so findet sich; dass dem ersten Beobachter die Sonne eher aufgeht, als dem andern. Z. B. dem ersten Beobachter, der etwa 15 Meilen östlicher wohnt, gehe die Sonne auf, wenn beide Uhren die Stunde VI. weisen, so wird sie dem andern erst aufgehen, wenn beide Uhren VI. Uhr und 4 Minuten weisen.

§. 142. *Zusatz.* Aufgang und Untergang der Sonne und der Gestirne erfolgen also für solche Örter, die nicht unter einerlei Meridian liegen, zu verschiedenen Zeiten. Wäre die Erdfläche eben, so müssten alle Örter den Aufgang und Untergang der Sonne u. s. w. zugleich sehen. Mithin muss die Erdfläche, so wie von Norden nach Süden, so auch von Osten nach Westen eine convexe Krümmung haben, ein neuer Grund, dem Erdkörper eine Kugelgestalt beizulegen.

§. 143. *Anmerkung.* Auch die *Umschiffungen der Erde* geben einen Grund für die Kugelgestalt derselben ab. Folgende Seefahrer haben die merkwürdigsten Reisen um die Welt gemacht.

Hernand Magellans		von	1519 bis 1522.
Franz Drake		—	1577 — 1580.
William Dampier		—	1689 — 1691.
George Anson		—	1740 — 1744.
Byron		—	1764 — 1766.
Wallis und *Carteret*		—	1766 — 1769.
Bougainville		—	1766 — 1769.
James Cook	1)	—	1768 — 1771.
	2)	—	1772 — 1775.
	3)	—	1776 — 1780.

§. 144. *Anmerkung.* Auch die *Mondfinsternisse* bestätigen die Kugelgestalt der Erde. Da sie immer nur im Vollmonde erfolgen, wo die Erde zwischen der Sonne und dem Monde

steht, so lässt sich vermuthen, dass sie von dem Schatten der Erde herrühren. Da nun dieser Schatten immer rund auf dem Monde erscheint, so gibt diese Erscheinung auch einen Grund für die Ründung der Erde ab. Man findet sie selbst in manchen Büchern als den einleuchtendsten Beweis für die Kugelgestalt der Erde aufgeführt. Hier schien es indessen schicklicher, sie nur in einer Anmerkung zu erwähnen.

§. 145. *Anmerkung.* Aus obigen Erfahrungen erhellet also, dass die Erde, welche wir bewohnen, ein kugelförmiger Körper sey.

Ob und in wie fern aber ihre Figur von der wahren Kugel abweiche, ist eine Untersuchung, die nicht für diesen Ort gehört, auch noch nicht gänzlich aufs Reine gebracht ist.

§. 146. *Anmerkung.* Wenn die Erde eine Kugel ist, so kehren die Bewohner, die an entgegengesetzten Seiten wohnen, wie in A und E Fig. 4. ihre Füsse gegeneinander. Die in E werden die *Antipoden* von A genannt.

Nur dem ersten Anfänger können die Vorstellungen von *oben* und *unten* und vom *Falle* der Körper hier Schwierigkeit machen. *Oben* ist, was weiter vom Mittelpunct der Erdkugel; *unten*, was dem Mittelpuncte näher ist. Der *Fall* ist nichts anders, als eine nach dem Mittelpunct der Erde gerichtete Bewegung. Ein Mensch in E kann nicht nach N hin fallen, das

hiesse vom Mittelpuncte der Erde weg mithin *aufwärts* fallen.

§. 147. *Erklärung.* Der Bewohner in A übersieht von dem Himmelsgewölbe das, was über der Ebne h r liegt, die seinen Standpunct auf der Erdkugel berührt. Diese Ebene, welche wir vorhin schlechtweg Horizont genannt haben, werden wir nunmehr den *scheinbaren Horizont;* hingegen die damit parallele Ebne durch den Mittelpunct der Erde HR den *wahren Horizont* nennen.

§. 148. *Lehrsatz. Der Halbmesser der Erde muss in Vergleichung mit der Entfernung der Fixsterne eine ganz unbeträchtliche Grösse haben.*

Beweis. Ein Fixstern, der im Aequator steht, ist für *jeden* Ort der Beobachtung genau die Hälfte der Umdrehungszeit der Himmelskugel hindurch also 12 Stunden Sternzeit über dem scheinbaren Horizont und 12 Stunden unter demselben.

Ist nun, wie es dem ersten Anblick nach scheint, unser Standpunct A der Mittelpunct der ganzen Himmelskugel, so dass h r diese in zwei Hälften theilt, so ist allerdings klar, dass für *unsern* Standpunct der Stern den Halbkreis h z r in 12 Stunden und den andern r n h in den übrigen 12 Stunden beschreiben müsse. Allein dann könnte unmöglich für jeden andern Ort B

dasselbe erfolgen. Über dessen scheinbarem Horizont KC würde der Stern nicht einen Halbkreis, sondern einen kleinern Bogen krl beschreiben und folglich kürzere Zeit *über* als *unter* dem Horizonte seyn, wenn der Halbmesser der Erde CB eine merkliche Grösse gegen den Halbmesser des Fixsterngewölbes hätte.

Nimmt man aber an, dass die Himmelskugel ihren Mittelpunct im Mittelpuncte der Erde habe, so beschreibt der Stern den Bogen hZr; also keinen völligen Halbkreis über dem scheinbaren Horizont von A. Da es aber dennoch nicht merklich ist, dass er weniger als 12 Stunden über dem Horizont bleibe, so muss der Halbmesser CA gegen CH unmerklich seyn.

§. 149. *Zusatz.* In demselben Augenblick, wo der Stern S für den Beobachter A in r untergeht, geht er für den Beobachter E (den Antipoden von A) in q auf, und umgekehrt; wenn er für E in p untergeht, so geht er ohne merkliche Zwischenzeit für A in h auf.

§. 150. *Zusatz.* Scheinbarer und wahrer Horizont sind folglich als eine einzige Ebne in Rücksicht des Fixsterngewölbes anzusehen und die Linien von verschiedenen Örtern der Erde A, C und E nach einem Fixstern S sind so gut wie *parallel*.

§. 151. *Zusatz.* Dass die Fixsterne, von welchem Orte der Erde man sie auch betrachtet,

immer genau dieselbe Lage gegen einander haben, bestätigt gleichfalls, dass die Entfernungen der Örter auf der Erde ganz unbeträchtlich gegen die Entfernungen der Fixsterne von der Erde sind.

§. 152. *Zusatz.* Auch die Sonne, wenn sie im Aequator ist, beschreibt fast die ganze eine Hälfte dieses grössten Tagekreises über dem Horizonte; mithin muss auch *ihre* Entfernung von der Erde wenigstens *sehr gross* in Vergleichung mit dem Halbmesser der Erdkugel seyn. Bei dem Monde ist der Unterschied schon merklicher. Dieser muss uns also wohl beträchtlich näher seyn. Dies ist hier nur vorläufig zu bemerken. Nähere Bestimmungen werden in der Folge vorkommen.

§. 153. *Zusatz.* Ferner lässt sich hieraus schon schliessen, dass z. B. die Sonne ein sehr grosser Körper seyn könne und müsse; und uns nur ihrer grossen Entfernung wegen unter einem so kleinen Gesichtswinkel von etwa einem halben Grade erscheine; wie auch, dass der Mond, der uns näher ist und doch ungefähr nur dieselbe scheinbare Grösse hat, weit kleiner als die Sonne seyn müsse.

§. 154. *Zusatz.* Auch würde unsere Erdkugel, aus der Sonne gesehen, ohne Zweifel sehr klein erscheinen. Dies erregt schon die Vermuthung, dass die Erde ein ähnlicher Welt-

körper, wie z. B. der Mond oder wie ein Planet seyn könne, und dass uns dieser Erdkörper nur deshalb so unübersehbar gross scheine, weil der Standpunct, aus welchem wir ihn betrachten können, immer nur auf diesem Körper selbst ist.

§. 155. *Erfahrung.* Wenn man im Kreise herumgedreht wird, so scheinen die umliegenden Gegenstände nach entgegengesetzter Richtung sich um uns zu bewegen. Vorzüglich täuschend ist die Erscheinung, wenn die *nächsten* Gegenstände um uns dieselbe Lage gegen einander und gegen uns behalten. So wenn man sich in einem Schiffe auf ofner See befindet und dasselbe schnell gewendet wird, scheinen entfernte Schiffe oder die Gegenstände eines entfernten Ufers gleichsam davon zu fliegen, indem man sich selbst in Ruhe glaubt.

§. 156. *Zusatz.* Es könnte also wohl mit der gemeinen Bewegung der Himmelskugel dieselbe Bewandniss haben. Die Erscheinung wird nemlich ganz dieselbe seyn, wenn die Himmelskörper sich nicht um die Erde, sondern *diese sich täglich um eine Axe drehe*, welche die Lage der scheinbaren Weltaxe hat.

§. 157. *Zusatz.* Es fällt in die Augen, dass diese Voraussetzung einer Umdrehung der Erde um ihre Axe viel einfacher und wahrscheinlicher sey, als jene, dass eine *unzählige Menge* von Weltkörpern, von denen schon aus dem

Bisherigen erhellet, dass sie sich in ungeheuren Entfernungen von der Erde befinden müssen und die Erde an Grösse übertreffen können, sich gleichzeitig um diese letztere drehen sollten.

§. 158. *Zusatz.* Die scheinbare Bewegung der Sonne wird ferner bei der Voraussetzung von Umdrehung der Erde viel einfacher. Drehte sich die ganze Himmelskugel täglich um die Erde, so müsste die Sonne in Schraubengängen aus der nördlichen in die südliche Halbkugel laufen und umgekehrt. Dreht sich aber die Erde um ihre Axe, so braucht man nur eine einfache eigne Bewegung der Sonne in der Ekliptik anzunehmen.

§. 159. *Erklärung.* Die auf tägliche Umdrehung sich beziehenden Puncte und Kreise der Himmelskugel gehören also eigentlich der Erde zu. So sind Fig. 5. p und q die Pole der Erde; pq die Axe; ad der Aequator; ei und fg die Wendekreise; kl und mr die Polarkreise. Die gleichnamigen Kreise an der Himmelskugel sind mit den gleichlautenden grossen Buchstaben bezeichnet.

Die grössten Kreise, welche durch beide Erdpole auf der Erdkugel gezogen werden, heissen Meridiane, sie sind das, was an der Himmelskugel Declinationskreise.

Die *geographische Brette* eines Ortes z auf der Erde ist der Bogen az seines Meridians vom

Aequator bis an den Ort. Sie wird vom Aequator ab nördlich und südlich bis 90° gezählt.

Die *geographische Länge* aber ist der Bogen des Aequators von einem willkührlich angenommenen ersten Meridian bis an den Meridian des Orts. Sie wird vom ersten Meridian ab östlich bis 360° oder auch östlich und westlich bis 180° gezählt.

§. 160. *Zusatz.* Die Richtung, in welcher ein Beobachter in z den scheinbaren Pol P der Himmelskugel sieht, ist $z\pi$, nemlich parallel mit CP. Die Polhöhe $hz\pi$ also gleich dem Winkel HCP, unter welchem die Erdaxe gegen den wahren Horizont des Orts geneigt ist.

§. 161. *Zusatz.* Polhöhe und geographische Breite sind einander gleich: denn es ist $HCp + pCz = 90°$, und $pCz + zCa = 90°$ folglich $HCp = zCa$.

§. 162. *Erfahrung.* Eine ähnliche Täuschung wie im §. 155. in Rücksicht derjenigen Gegenstände angeführt wurde, welche *ausserhalb* des Kreises liegen, in welchem das Auge herumgedreht wird, findet auch in Rücksicht eines Gegenstandes statt, der *innerhalb* dieses Kreises liegt. Einem Beobachter, welcher in einer kreisförmigen Bahn herumgeführt wird, kann es vorkommen, als ob er selbst ruhe, hingegen z. B. ein Gegenstand im Mittelpuncte um ihn im Kreise herumgehe.

§. 163. *Zusatz.* Es könnte also mit der jährlichen Bewegung der Sonne dieselbe Bewandniss haben. Die Sonne könnte in S Fig. 6 in Ruhe seyn; hingegen die Erde in einem Kreise TVWX um dieselbe laufen. Ist die Erde in T, so sieht der Beobachter die Sonne in der Richtung TS; kömmt die Erde nach V, so sieht er die Sonne in der Richtung VS. Weil er aber sich in seiner Bewegung nicht sinnlich bewust ist, so glaubt er noch in T zu seyn und die Sonne in der mit VS parallelen Richtung Tv zu sehen. So muss ihm die Sonne in dem Kreise Svwx zu gehen scheinen; indem er selbst wirklich in dem Kreise TVWX herumgeht.

§. 164. *Zusatz.* Sind die beiden Voraussetzungen (§. 156. und §. 163.) gegründet, so hat die Erde eine doppelte Bewegung, eine wälzende und eine fortlaufende. Jene verursacht die Abwechselung von Tag und Nacht; diese die *Abwechselung der Jahreszeiten.* Weil nemlich der Aequator nicht in der Ebne der Ekliptik liegt, mithin die Axe der Erde gegen die Ebne der Ekliptik unter einem schiefen Winkel geneigt ist, so ist während des jährliehen Umlaufs bald die nördliche bald die südliche Halbkugel, bald auch keine mehr als die andere der Sonne zugekehrt.

§. 165. *Anmerkung.* Die 7te Figur stellt diese Hypothese vom Lauf der Erde um die Sonne dar. Die ausführliche Erläuterung, wie dadurch Sommer, Winter, Frühling und Herbst

und die verschiedenen Tageslängen entstehen müssen, lässt sich bequemer mündlich, mit Beihülfe einer wirklichen Kugel geben, die man um ein Licht herumführt. Die Wahrscheinlichkeit dieser Hypothese wird noch mehr aus dem Folgenden erhellen.

§. 166. *Erfahrung.* Die Planeten unterscheiden sich von den Fixsternen sehr merklich durch ihr matteres Licht und durch ihre Grösse. Sie erscheinen durch Fernröhre kugelförmig und vergrössert, dahingegen Fixsterne auch mit den vollkommensten Fernröhren nur wie glänzende Puncte erscheinen. Bei dem *Mercur* und bei der *Venus* bemerkt man ferner, wie bei dem Monde, abwechselnde Lichtgestalten, so dass sie nemlich oft nur zum Theil erleuchtet sind, und zwar ist beständig die erleuchtete Seite der Sonne zugekehrt.

§. 167. *Zusatz.* Hieraus schliesset man mit Recht, dass der Mond und die Planeten dunkle Kugeln wie unsre Erde sind, welche von der Sonne erleuchtet und nur durch reflectirtes Licht uns sichtbar werden.

§. 168. *Erfahrung.* *Mercur* entfernt sich nicht über 28° und *Venus* nicht über 48° von der Sonne, daher sie immer nur einige Zeit vor Aufgang und nach Untergang der Sonne sichtbar sind. Ob man gleich diese Planeten, wenn sie nahe bei der Sonne sind, nicht sehen kann, so bemerkt man doch leicht, wenn man ihre ei-

gene Bewegung sorgfältig beobachtet und dabei auf ihre Lichtabwechselungen und scheinbaren Durchmesser Acht hat, dass sie bald zwischen der Sonne und Erde, oder in *unterer Conjunction*, bald jenseits der Sonne, oder in *öberer Conjunction* stehen. Auch hat man sie wirklich einigemal wie kleine dunkle Scheiben vor der Sonne vorbeigehen sehen.

§. 169. *Zusatz.* Hiedurch wird man ganz natürlich auf den Schluss geleitet, dass Mercur und Venus um die Sonne gehen und dass ihre Bahnen zwischen Sonne und Erde durch gehen; weil sie sonst nicht in *untere* Conjunction kommen könnten. Man nennt sie daher *untere Planeten*.

§. 170. *Erfahrung.* *Mars*, *Jupiter*, *Saturn* und *Uranus* kommen niemals in untere Conjunction mit der Sonne; sondern in *öbere Conjunction* (wo sie jenseits der Sonne so stehen, dass sie mit der Sonne einerlei Länge haben), und in *Opposition* (wo sie der Sonne entgegengesetzt oder so stehen, dass die Länge der Sonne und des Planeten um 180° unterschieden sind.) Man hat ferner beobachtet, dass Mars den Jupiter, dieser den Saturn bedeckte.

§. 171. *Zusatz.* Hieraus folgt, dass diese *öbern Planeten* auch um die Sonne gehen, dass aber ihre Bahnen auch die Erde einschliessen, weil sie sonst nicht in Opposition kommen

könnten. Ferner, dass Mars näher an der Sonne sey, als Jupiter. Dieser näher als Saturn.

§. 172. *Erfahrung.* Der Lauf der Planeten ist auf den ersten Anblick sonderbar. In der übern Conjunction rücken sie schnell vorwärts nach der Ordnung der Zeichen. Diese Bewegung wird langsamer, sie stehen hierauf eine Weile still und in der Opposition oder untern Conjunction gehen sie rückwärts gegen die Ordnung der Zeichen.

§. 173. *Erfahrung.* Der Mond kömmt mit der Sonne in *Conjunction*, und zwar nur in unterer Conjunction so, dass er zwischen der Erde und der Sonne steht oder mit der Sonne einerlei Länge hat. Er kehrt dann der Erde seine dunkle Seite zu und wir nennen dies *Neumond.* Hierauf entfernt er sich nach Osten zu von der Sonne, und steht nach etwa 7 Tagen um 90° von ihr entfernt, in der *Quadratur* man sieht alsdann die der Sonne zugekehrte westliche Hälfte erleuchtet, (das *erste Viertel.*) Sodann kommt es wiederum nach etwa 7 Tagen in *Opposition,* wir sehen ihn dann ganz erleuchtet *(Vollmond).* Wiederum nach etwa 7 Tagen kommt er wieder mit der Sonne in *Quadratur* und wir sehen die der Sonne zugekehrte Hälfte erleuchtet *(das letzte Viertel.)* Endlich nach abermals 7 Tagen kommt er wieder in Conjunction und jene Veränderungen fangen wieder von vorne an.

§. 174. *Zusatz.* Hieraus folgt *erstlich*, dass der Mond ein dunkler Körper sey; *zweitens*, dass er um die Erde gehe, seine Bahn aber nicht die Sonne einschliesse, weil er sonst in öbere Conjunction kommen müsste. Er ist ein *Trabant* der Erde.

§. 175. *Erfahrung.* Bei dem *Jupiter*, *Saturn* und *Uranus* bemerkt man durch grosse Teleskope ebenfalls solche Monde oder Trabanten, die um ihre Hauptplaneten umlaufen. Bei dem Jupiter hat man deren *vier*; bei dem Saturn *sieben*, bei dem Uranus bis jetzt *zwei* entdeckt.

§. 176. *Erfahrung.* Die *Kometen* sind nicht wie die Planeten immer für uns sichtbar. Sie erscheinen nur zuweilen, nähern sich der Sonne, gehen um dieselbe herum, entfernen sich wieder und verschwinden bald wieder, so dass man ihre Bahn auch mit den besten Fernröhren nicht weiter verfolgen kann. Der Schweif derselben ist immer von der Sonne abgewandt. Von einigen hat man Merkmale genug gesammelt, um sie wieder zu erkennen, und weiss, dass sie zu bestimmten Zeiten wiederkommen.

§. 177. *Zusatz.* Man schliesst hieraus, dass die Kometen auch Weltkörper sind, die in festgesetzten Bahnen um die Sonne gehen, indessen ist unsere Kenntniss von ihnen noch sehr mangelhaft.

§. 178. *Hypothese. Die Sonne bewegt sich nicht selbst von ihrer Stelle. Die Plane-*

ten (wozu auch die Erde zu rechnen), gehen in folgender Ordnung, von der Sonne an gerechnet, um diese herum: Mercurius, Venus, Erde, Mars, Jupiter, Saturn, Uranus. Um einige dieser Hauptplaneten bewegen sich Trabanten, um die Erde ein Mond, um den Jupiter vier, um den Saturn sieben, um den Uranus zwei (so viel man bis jetzt weiss). Diese Trabanten werden mit den Hauptplaneten um die Sonne geführt. Überdem bewegt sich eine noch nicht bekannte Anzahl von Kometen in sehr länglichten Bahnen um unsere Sonne.

§. 179. *Anmerkung.* Die 8te Figur stellt einen ungefähren Entwurf dieser Weltordnung dar, wobei die Bahnen vorläufig als Kreise gezeichnet sind und ohne auf Verhältniss des Abstandes von der Sonne dabei Rücksicht zu nehmen. Schon bei den Alten findet man die Voraussetzung, dass die Sonne stille stehe und die Erde nebst übrigen Planeten sich um sie bewege. *Copernicus* aber hat ihre Wahrscheinlichkeit in dem Buche *de revolutionibus orbium coelestium* 1543 zuerst ausführlich gezeigt.

§. 180. *Anmerkung.* Nach dem *Ptolomäischen* System ruht die Erde in der Mitte und um dieselbe bewegen sich nach der Ordnung Mond, Merkur, Venus, Sonne, Mars, Jupiter, Saturn. Uranus war noch nicht entdeckt. Dies System führt allenthalben auf Ungereimtheiten, indessen galt es vom Ptolomäus bis Copernicus 1400 Jahr.

Nach dem *Tychonischen* System steht die Erde auch in der Mitte und um sie bewegt sich der Mond und die Sonne, um welche sich wieder alle Planeten bewegen. Es galt im vorigen Jahrhundert.

Jetzt zweifelt kein Verständiger mehr an der Richtigkeit des copernicanischen Systems, weil alle Erscheinungen sich ganz einfach daraus erklären lassen, z. B. das Vorwärtsgehen und Zurückgehen der Planeten §. 172., welches ausführlicher beim Vortrage gezeigt wird. Wolf. El. Ast. §. 550. sq.

Theorie der Bewegungen der Planeten.

§. 181. *Erklärung.* Wenn man in zwei festen Puncten S und F Fig. 9. die beiden Enden eines Fadens befestigt, der länger als SF ist, so dass er sich in einen Winkel wie SMF ausspannen lässt, und in dem Scheitel dieses Winkels einen Stift herumführt, so beschreibt dieser eine krumme Linie, welche man eine *Ellipse* nennt.

S und F sind die *Brennpuncte*, CS = CF ist die *Excentricität*; AP die *grosse Axe*, durch deren Mitte die *kleine Axe* MN senkrecht geht.

§. 182. *Zusatz.* Die Summe der Linien von beiden Brennpuncten zu irgend einem Puncte der Peripherie ist allenthalben gleich. Die grosse Axe ist eben dieser Summe gleich. SM ist der halben Summe gleich oder = AC. Ferner ist AS = FP. Ein Körper, der im Umfange her-

umgeführt wird, hat in A die *kleinste* Entfernung vom einen Brennpuncte S; in M oder N die *mittlere*, in P die *grösste*. Die Eccentricität zur mittlern Entfernung addirt, giebt die grösste, davon abgezogen die kleinste.

§. 183. *Anmerkung.* Die Kürze, die wir hier beobachten müssen, wird es entschuldigen, dass wir diese Sätze nicht weitläuftiger ausführen, auch im Folgenden Manches bloss *erzählen*, zumal da eigentlich die *Elementarastronomie* nur bis zum Ende der vorigen Abschnitts führt.

§. 184. *Anmerkung.* Die Theorie von den Bewegungen der Planeten haben wir *Keplern* zu danken, dessen grossen Geiste die Gabe eigen war, wichtige Wahrheiten gleichsam zu *alnden* *). Drei Sätze, die keplerischen Gesetze, machen das Wesentliche dieser Theorie aus. Das erste ist folgendes.

§. 185. *Hypothese. Die Planeten und Kometen bewegen sich in Ellipsen um die Sonne.*

§. 186. *Zusatz.* Dieser Satz wird für die Bahn der Erde dadurch bestätigt, dass die Sonne nicht immer dieselbe scheinbare Grösse hat, wie sie haben müsste, wenn die Erde sich in einem *Kreise* bewegte, in dessen Mittelpunct die Sonne stände. Wenn man die Bahn der Erde so ent-

---

*) So hoch war keiner noch gestiegen,
Als *Kepler* stieg — und starb in Hungersnoth!
Er wusste nur die *Geister* zu vergnügen,
Drum liessen ihn die *Körper* ohne Brod.
Kästner.

wirft, dass die Entfernungen von der Sonne sich immer umgekehrt verhalten, wie der scheinbare Durchmesser der Sonne, so wird die Bahn eine Ellipse seyn. Auf ähnliche Art erhellet es für die übrigen Planeten.

§. 187. *Anmerkung.* Zu solchen feinen Beobachtungen, wie die der scheinbaren Durchmesser der Weltkörper, bedient man sich der *Mikrometer*, deren Einrichtung und Gebrauch mündlich gelehrt werden kann. (Kästner Astr. §. 227.)

§. 188. *Erklärung.* In der 9ten Fig. sey in S die Sonne. In A ist der Planet in der *Sonnennähe*, in P in der *Sonnenferne*, in M und N in der *mittlern* Entfernung. AP ist die *Apsidenlinie*, A und P heissen nemlich gemeinschaftlich die *Apsiden*.

§. 189. *Erklärung.* Die Linie von der Sonne zum Planeten, wo er sich auch in seiner Bahn befinde, heisst der *radius vector*. Die *wahre Anomalie* ist der Winkel, um welchen der Planet aus der Sonne gesehen von dem Punct der Sonnenferne absteht. Die *mittlere Anomalie* ist der Winkel an der Sonne, um welchen er von dem Punct der Sonnenferne abstehen würde, wenn er sich so bewegte, dass der radius vector in gleichen Zeiten gleiche Winkel beschriebe. Der Unterschied der wahren und mittlern Anomalie heisst *Prostaphäresis* oder Gleichung des Mittelpuncts.

§. 190. *Erklärung.* Die Länge des Planeten aus der Sonne geschen heisst seine *heliocentrische*, aus der Erde gesehen seine *geocentrische* Länge. Jene bestimmt den auf die *Ekliptik reducirten Ort* des Planeten. Man denke sich ein Dreieck in der Ebne der Ekliptik, dessen Winkelpuncte Sonne, Erde, und reducirter Ort des Planeten sind, so heisst der Winkel an der Sonne (nach Einigen auch sein Nebenwinkel) der *Commutationswinkel*, der an der Erde der *Elongationswinkel*, der am reducirten Ort des Planeten die *Parallaxe* der Erdbahn.

§. 191. *Erklärung.* Die *Knoten* eines Planeten sind die beiden Puncte seiner Bahn, wo sie die Ebne der Ekliptik schneidet. Der *aufsteigende* Knoten ist der, durch welchen der Planet geht, wenn er aus südlicher Breite in nördliche kömmt, der entgegengesetzte ist der *absteigende*. Die gerade Linie von einem zum andern heisst die *Knotenlinie*. Durch die Lage der Knotenlinie und durch die *Neigung der Bahn* des Planeten gegen die Ekliptik wird die Lage der Planetenbahn bestimmt.

Die aus der Sonne gesehene Entfernung des Planeten von seinem aufsteigenden Knoten in seiner Bahn heisst das *Argument der Breite* weil die *heliocentrische Breite* des Planeten davon abhängt.

§. 193. *Anmerkung.* Die Eccentricität der Erdbahn, die Lage der Apsiden, die Anomalie,

das Fortrücken der Apsiden zu finden, s. Wolf Elem. Astr. §. 615. u. folg. Ähnliche Aufgaben für die Planetenbahnen §. 652. u. folg.

§. 194. *Aufgabe. Die Lage der Knotenlinie eines Planeten zu finden.*

Auflösung. Um zu finden, *wann* der Planet in seinem Knoten ist, beobachtet man, wenn seine Breite (es sey nördliche oder südliche) abnimmt, bis sie Null wird.

Diese Beobachtung muss nun zweimal aus verschiedenen Standpuncten angestellt werden. Das einemal sey die Erde in F, das anderemal in T Fig. 10. Der Knoten des Planeten sey in H. Durch Beobachtung des scheinbaren Durchmessers der Sonne weis man ferner, wie gross FS und TS in Vergleichung mit der *mittlern* Entfernung der Erde von der Sonne sind, welche letztere man = 1 annehmen kann. Auch ist im Dreieck FST der Winkel an S bekannt, woraus also FT in Theilen der mittlern Entfernung oder der halben Axe der Erdbahn gefunden wird, so auch die Winkel an F und T.

Ferner sind die Winkel SFH und STH durch Beobachtung gegeben, wodurch also im Dreieck FTH die Winkel an F und T gegeben sind. Hieraus und aus der Seite FT wird FH gefunden.

Nun hat man also im Dreieck SFH den Winkel F und die anliegenden Seiten FS und FH und findet den Winkel FSH.

Endlich weis man nun aus Beobachtung die heliocentrische Länge der Erde, als sie in F war, oder den Winkel ♈ SF, wodurch denn die heliocentrische Länge des Knotens ♈ SH, mithin die Lage der Knotenlinie gefunden ist.

§. 195. *Aufgabe. Den Neigungswinkel der Planetenbahn gegen die Ekliptik zu finden.*

Auflösung. Der Planet sey in P Fig. 10. PR senkrecht auf die Ebne der Ekliptik, RZ senkrecht auf die Knotenlinie HK. Also PZR der gesuchte Neigungswinkel. Die Lage der Knotenlinie ist bekannt, mithin kann man wissen, wann die Erde in derselben ist, in G. Von hier aus beobachte man den Winkel RGP, die *geocentrische Breite* des Planeten und den *Elongationswinkel* RGZ, so erhält man

PR : RG = tang. RGP : sin. tot.
RG : RZ = sin. tot. : sin. RGZ.
RZ : PR = sin. tot. : tang. PZR.

Folglich 1 : 1 = tang. RGP. sin. tot. : sin. RGZ
tang. PZR
oder tang. RGP. sin. tot. = sin. RGZ. tang. PZR
Also sin. RGZ : sin. tot. = tang. RGP : tang. PZR
oder sin. tot. : sin. RGZ = cot. RGP : cot. PZR

§. 196. *Anmerkung.* Apsiden und Knoten verücken sich langsam, jene nach der Ordnung der Zeichen, diese rückwärts. Bei der Erde beträgt die *Änderung der Länge* der Apsiden jährlich etwa 1' 4", wovon aber etwa 50½" dem Rückwärtsgehen der Nachtgleichen zuzuschrei-

ben sind (§. 107.) so dass also der *Winkel*, um den sich die *Apsidenlinie* verrückt hat, $13\frac{1}{2}''$ beträgt. Diese Bestimmung ist hergeleitet aus Vergleichung der Beobachtungen des *Cassini* im Jahr 1738 mit denen des *Walter* von Nürnberg im Jahr 1503, welche also 235 Jahr älter sind. (Kästner Astr. §. 248.)

§. 197. *Aufgabe. Die Verhältniss der Weite des Planeten von der Sonne zu seiner Weite von der Erde und zu der Weite der Erde von der Sonne zu finden.*

Auflösung. ST Fig. 11. ist bekannt in Theilen der mittlern Entfernung. Ferner sind bekannt der Elongationswinkel STR und die geocentrische Breite RTP aus Beobachtung; der Neigungswinkel PZR aus §. 195.; der Winkel TSZ aus §. 194., wo die Lage der Knotenlinie gefunden war; der Winkel $RZS = 90°$; und der Winkel TRZ, welches in dem Trapezio TRZS gefunden wird, wenn man die drei übrigen, welche bekannt sind, von 360° abzieht.

Im $\triangle$ PZR ist ZR : RP = sin. tot. : tang. PZR
Im $\triangle$ PTR ist RP : TR = tang. RTP : sin. tot.

folglich ZR : TR = tang. RTP : tang. PZR

Im $\triangle$ TRZ, wo der Winkel TRZ bekannt ist, können nach Trig. §. 421. die beiden übrigen Winkel gefunden werden, denn obgleich man die Seiten ZR und TR noch nicht weiss, mithin auch nicht ihre Summe und Unterschied,

so weis man doch aus der obigen Proportion ihre Verhältniss und kann also setzen: tang. RTP + tang. PZR : tang. RTP — tang. PZR = tang. $\frac{1}{2}$ (RTZ + RZT) : tang $\frac{1}{2}$ (RTZ — RZT)

Aus RTZ und dem Elongationswinkel STR hat man auch STZ, und aus TZR und dem rechten Winkel SZR hat man auch SZT.

Im △ TZR ist TZ : TR = sin. TRZ : sin. TZR
Im △ TZS ist TS : TZ = sin. TZS : sin. TSZ

folglich TS : TR = sin. TRZ . sin. TZS : sin. TZR . sin. TSZ

wodurch TR gefunden wird, indem die übrigen Grössen in der Proportion bekannt sind (welche sich übrigens zur Berechnung noch etwas bequemer ausdrücken lässt).

Im △ TRP ist TR : TP = cos. PTR : sin. tot. wodurch also TP die *Weite der Planeten von der Erde* gefunden ist.

Im △ TRS ist der Elongationswinkel RTS nebst den Seiten TS und TR nunmehr bekannt und daraus wird SR die *curtirte* Weite des Planeten gefunden.

Im △ RTP ist RP : RT = tang. PTR : sin. tot.
Im △ SPR ist SR : RP = sin. tot. : tang. PSR

folglich SR : RT = tang. PTR : tang. PSR

wodurch PSR gefunden ist; und endlich

Im △ PSR ist cos. PSR : sin. tot. = SR : SP wodurch also SP *die Entfernung der Planeten von der Sonne* getunden wird.

§. 198. *Zusatz.* So können die Weiten der Planeten von der Sonne mit einander verglichen werden. Man findet ungefähr folgende Zahlen: Merkur 4, Venus 7, Erde 10, Mars 15, Jupiter 52, Saturn 95, Uranus 191.

§. 199. *Erklärung.* Der Umlauf eines Planeten aus der Sonne gesehen lässt sich in verschiedner Hinsicht betrachten.

Von einem Fixstern bis wieder dahin (*Siderischer* Umlauf).

Von einem Grade der Länge bis wieder dahin (*Tropischer* Umlauf).

Von der Sonnenferne bis wieder dahin (*Anomalistischer* Umlauf). Die Zeiten die dazu gehören, heissen *siderisches*, *tropisches*, *Anomalistisches Jahr.*

§. 200. *Zusatz.* Das tropische Jahr ist kleiner, als das siderische, wegen des Rückwärtsgehens der Nachtgleichen. (§. 107.)

Das anomalistische aber ist *grösser*, als das siderische, wegen des Vorwärtsgehens der Apsiden. (§. 196).

§. 201. *Aufgabe. Die Umlaufszeit eines Planeten zu finden.*

Auflösung. I. Für die *öbern* Planeten beobachte man zwei auf einander folgende Oppositionen des Planeten und merke die dazwischen verflossene Zeit. Der Winkel dem sein radius vector in dieser Zeit beschrieben hat;

verhält sich nun zu 360° wie die Zwischenzeit zwischen den Beobachtungen zur ganzen Umlaufzeit; wenn der Planet sich gleichförmig um die Sonne bewegte. Durch *mehrere* Beobachtungen gelangt man aber erst dahin, die Umlaufszeit mit gehöriger Genauigkeit zu bestimmen.

II. Für die *unteren* Planeten; beobachtet man zu eben dem Zwecke die Conjunction, und zwar besser die untern als die oberen, und am besten, die Durchgängige durch die Sonnenscheibe. Beim Merkur ereignen sich diese letzteren ziemlich ofte; bei der Venus aber selten: daher man für diese die untere Conjunction nimmt, wo sie uns zwar nicht ihre ganze erleuchtete Hälfte zukehrt, aber wegen ihrer Nähe besser zu beobachten ist, als in der oberen Conjunction.

§. 202. *Anmerkung.* Exempel zu diesen Berechnungen. Wolf. Elem. Astr. §. 654. wie man bei den untern Planeten auch die grössten *Digressionen* zur Bestimmung der Bahn und Umlaufszeit brauchen könne. Wolf. §. 664-675.

§. 203. *Anmerkung.* Die Umlaufszeit der Erde, das heisst die Grösse des Sonnenjahres, zu finden, ist schon §. 119. gelehrt worden.

§. 204. *Erfahrung.* Wenn die Planeten in der Sonnennähe sind, so bewegen sie sich

am schnellsten in ihrer Bahn, wenn sie in der Sonnenferne sind, am langsamsten.

§. 205. *Zusatz.* Dies ist der Grund, von dem ungleichförmigen scheinbaren Lauf der Sonne §. 114. Das Sommerhalbjahr ist deshalb für die nördliche Halbkugel der Erde etwa um acht Tage länger als das Winterhalbjahr.

§. 206. *Erklärung.* Der Umlauf eines Trabanten z. B. des Mondes aus dem Hauptplaneten gesehen, lässt sich ebenfalls in verschiedener Hinsicht betrachten.

Von einem Fixstern bis wieder dahin *(Siderischer* Umlauf*).*

Von einem Grade der Länge bis wieder dahin *(Periodischer* Umlauf*).*

Von einer Conjunction mit der Sonne bis wieder dahin *(Synodischer* Monat*).*

Von der Erdferne bis wieder dahin *(anomalistischer* Monat*).*

Von dem aufsteigenden Knoten bis wieder dahin *(Drachen*monat*).*

§. 207. *Zusatz.* Der synodische Monat ist um ein paar Tage grösser, als der periodische, weil während des periodischen Umlaufs die Erde selbst in ihrer Bahn fortgerückt ist. Auch der siderische ist, wiewohl nur um wenige Secunden grösser, als der periodische wegen des Rückwärtsgehens der Nachtgleichen. Der Drachenmonat aber ist um ein paar Stunden

kleiner, als der periodische, wegen der Verrückung der Knoten.

§. 208. *Aufgabe. Die Dauer eines synodischen Monats zu finden.*

Auflösung. Man beobachte zwei Mondfinsternisse (§. 22.) und dividire die Zwischenzeit mit der Anzahl der dazwischen fallenden Monate. Diese letztere ist nicht leicht zu verfehlen, wenn die Mondfinsternisse nicht zu weit von einander entfernt sind, da man die Vollmonde zählen kann. Nachher wird die gefundene Zahl durch entferntere Beobachtungen berichtigt, wie dies fast immer in der Astronomie geschieht.

Exempel einer solchen Berechnung Wolf. §. 735.

§. 209. *Erfahrung.* Die Knoten der Mondbahn rücken *gegen* die Ordnung der Zeichen fort, und zwar in 18 Jahren (jedes wie im gemeinen Leben gewöhnlich zu 365 ganzen Tagen gerechnet) und 228 Tagen, durch den ganzen Kreis oder 360°.

§. 210. *Anmerkung.* Ueberhaupt hat der Lauf des Mondes viele Ungleichheiten. Es ist nicht ein Monat dem andern gleich. Die Bemerkung §. 204. gilt übrigens auch für den Mond, wie für andere Trabanten. Nämlich in der Nähe des Hauptplaneten gehen sie schneller in ih-

rer elliptischen Bahn fort, in der Ferne langsamer.

§. 211. *Anmerkung.* Der Umlauf der *Kometen* ist noch wenig bekannt. Sie werden uns bloss in einem kleinen Stücke ihrer langen Bahn sichtbar, wenn sie in ihre Sonnennähe kommen, und bewegen sich alsdann schnell. Die Ebnen der Planetenbahnen sind alle nur unter kleinen Winkeln gegen einander geneigt; die Kometen aber gehen nach allen Richtungen. *Halley* sagte zuerst die Wiederkunft des Kometen von 1682. richtig auf 1759. voraus; und dieser Komet ist auch bis jetzt noch der einzige, dessen Lauf man beinahe so gut wie den eines Planeten kennt, ob gleich man von etwa 73 Kometen den Lauf so weit er sichtbar war berechnet hat.

Bode (Erläuterung der Sternkunde eilfter Abschnitt), giebt ein Verzeichniss der bisher berechneten Kometen.

In der so sehr eccentrischen und langen elliptischen Bahn können sie viele Störungen erleiden, die aus unserm Standpuncte nicht berechnet werden können.

§. 212. *Anmerkung.* Alles indessen, was wir von ihrem Laufe wissen, bestätigt so wie der Lauf der Planeten und Trabanten die Allgemeinheit und Richtigkeit der *keplerschen Gesetze*, wovon das erste, die *Gestalt* der Bahnen betreffend §. 185. angeführt ist. Die beiden übrigen,

welche die *Geschwindigkeit* und *Umlaufszeit* der Weltkörper betreffen sind folgende.

§. 213. *Hypothese. Der radius vector beschreibt in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume.*

Hiemit stimmt vollkommen der schnellere Lauf in der Sonnennähe und der langsamere in der Sonnenferne überein.

§. 214. *Hypothese. Die Quadratzahlen der Umlaufszeiten, verhalten sich wie die Cubikzahlen der mittlern Entfernungen von der Sonne.*

§. 215. *Anmerkung.* Kepler fiel 1618. den 8ten März zuerst auf dieses wichtige Gesetz und fand die Bestätigung desselben den 15ten May. Es gilt für alle Planeten, Trabanten und Kometen.

§. 216. *Erfahrung.* Ausser diesen Bewegungen um die Sonne bemerkt man auch an der Sonne und einigen Planeten Umdrehung um ihre Axen, an dem Fortrücken der Flecken und Streifen auf ihrer Oberfläche. Der Mond zeigt uns immer dieselbe Seite, weil er sich während eines Umlaufs um die Erde nur einmal um seine Axe dreht.

§. 217. *Anmerkung.* Die *Sonnenflecken* wurden um das Jahr 1610. von *Fabricius* und *Scheiner* zuerst gesehen. Auch Venus und Mars

sieht man Flecken auf Jupiter und Saturn Streifen. Weitere Bemerkungen darüber müssen wir dem Vortrage überlassen.

Entfernungen und Grössen der Weltkörper.

§. 218. *Aufgabe. Die Grösse eines Grades der geographischen Breite auf der Erde zu finden (§. 159).*

Auflösung. Man gehe von einem Orte in dessen Meridian so lange fort, bis sich die Polhöhe um einen Grad geändert hat und messe die Weite durch welche man gegangen ist (§. 161).

In der Ausübung hat indessen die Auflösung dieser Aufgabe manche Schwierigkeiten, da man nicht leicht eine Gegend findet, wo man ununterbrochen in einerlei Meridian so weit fortmessen könnte. Wie man durch Verbindung von Dreiecken dennoch dergleichen Messungen ausführen könne, würde hier zu weitläuftig zu lehren seyn und gehört in die praktische Messkunst.

§. 219. *Anmerkung.* Im Jahr 1736. wurden wichtige Messungen der Breitengrade in Lappland und Peru angestellt. Dort in der Nähe der Nordpols fand man einen Grad 57422 Toisen. Hier am Aequator 56750. Toisen. Jenen also 672. Toisen grösser. Hieraus schliesst man, dass die Erde keine vollkommene Kugel sondern ein *Sphäroid* und unter den Polen flä-

cher als unter dem Aequator sey; welches Newton schon a priori geschlossen hatte. Eine Kugel von weicher Masse muss nemlich bei einem Umschwunge um die Axe diese Gestalt annehmen.

§. 220. *Aufgabe. Die geographische Länge eines Ortes zu finden (§. 159).*

Auflösung. Wie dieses geschehen könne, erhellet aus §. 141. nemlich durch Beobachtung der Zeit. Man beobachtet zu dem Ende an zwei Orten die unter verschiedenen Meridianen liegen, solche Erscheinungen am Himmel welche von beiden Orten in einerlei Augenblick gesehen werden (wie etwa eine Mondfinsterniss oder eine Verfinsterung der Jupiterstrabanten) und verwandelt den Unterschied der Zeit in Grade des Aequators §. 124.

Bei solchen Beobachtungen wird *wahre Sonnenzeit* angegeben. Vier Minuten geben immer einen Grad.

§. 221. *Exempel.* Eine Verfinsterung eines Jupitertrabanten wurde beobachtet 1726. den 9ten August

zu Petersburg	$14^h\ 51^m\ 30^s$
zu Lissabon	$12\ \ 13\ \ 30$
Unterschied d. Zeit =	$2^h\ 38^m\ \ 0^s$

oder = 158 Minuten woraus sich der Unterschied der Länge in Graden findet, wenn man mit 4 dividirt = 39° 30'. (Wieder-

holte Beobachtungen geben eine etwas grössere Zahl).

§. 222. *Erklärung.* Eine geographische Meile ist $\frac{1}{15}$ von einem Grade des Aequators, oder 15 geographische Meilen gehen auf einen Grad.

§. 223. *Aufgabe. Die Grösse des Halbmessers der Erde zu finden.*

Auflösung. Wenn man die Erde für eine Kugel annimmt, deren Grade alle gleich, jeder das arithmetische Mittel zwischen dem grössten und kleinsten ist, nach Maupertuis Bestimmung = 57110 Toisen, so erhält man den Umfang P = 360,57110 = 20559600 Toisen und nach Geometr. §. 354. den Durchmesser $D = \frac{P}{\pi}$ = 0,318309. P = 6544305 ,... und $\frac{1}{2}$ D = 3272152 ,... Toisen,

In geographischen Meilen, ist der Umfang des Aequators = 15 . 360 = 5400 Meilen und d.Durchm. = 0,318309 . 5400 = 1719,8686 M. d. Halbm. = 859,9343 Meilen.

§. 224. *Erklärung.* Ein Auge im Mittelpuncte C Fig. 12. der Erde (welche wir für eine Kugel annehmen) würde einen Himmelskörper L nach einer andern Richtung sehen, als ein Auge anf der Oberfläche der Erde in A. Der Winkel ALC heisst die *Parallaxe.*

Wenn der Himmelskörper gerade im scheinbaren Horizonte des Beobachters auf der Oberfläche in H steht, so nennt man den Winkel AHC die *Horizontalparallaxe.* Für jeden andern Stand *Höhenparallaxe.*

§. 225. *Lehrsatz. Der Sinus der Horizontalparallaxe verhält sich zum Sinus der Höhenparallaxe, wie der Sinus totus zum Sinus des Abstandes vom Zenith.*

Beweis. Es ist nach Trig. §. 420.
Im △ ALC; CL : CA = sin. CAL : sin. CLA
Im △ AHC. CH : CA = sin. tot : sin. CHA

Wenn nun die Entfernung des Himmelskörpers vom Mittelpunct der Erde in L und H einerlei ist, also CH = CL; so ist.

sin. CAL : sin. CLA = sin. tot : sin. CHA
od. auch sin. CHA : sin. CLA = sin. tot : sin. CAL
oder. sin. CHA : sin. CLA = sin. tot. : sin. ZAL

§. 226. *Zusatz.* Aus der Horizontalparallaxe wenn sie einmal bekannt ist, kann folglich die Höhenparallaxe für jeden Abstand vom Zenith durch eine leichte Rechnung gefunden werden. Es ist nemlich

$$\text{sin. CLA} = \frac{\text{sin ZAL . sin. CHA}}{\text{sin. tot.}}$$

§. 227. *Zusatz.* Da in dem eben hingeschriebenen Ausdruck die Horizontalparallaxe CHA und sin. tot. unverändert bleiben, so

wird die Höhenparallaxe CLA desto grösser oder kleiner, je grösser oder kleiner der Abstand ZAL vom Zenith wird. Im Zenith selbst ist die Parallaxe (so wie die Refraction) *Null.* Im Horizont am *grössten.*

§. 228. *Zusatz.* Durch die Parallaxe wird die Höhe eines Weltkörpers von der Oberfläche der Erde aus beobachtet *kleiner,* als sie aus den Mittelpunct der Erde beobachtet seyn würde. (Die Refraction hingegen machte die scheinbarliche Höhe *grösser* als die wahre).

§. 229. *Zusatz.* Die Parallaxe kann nur bei solchen Himmelskörpern mérklich seyn deren Entfernung vom Mittelpunct der Erde nicht unendlich gross gegen den Halbmesser der Erde ist. Bei Fixsternen ist sie Null.

§. 230. *Aufgabe. Die Horizontalparallaxe eines Planeten zu finden.*

Auflösung. Man wähle zwei Örter A und B auf der Erde, die unter einem Meridian liegen, deren geographische Breite bekannt und beträchtlich verschieden ist. Aus beiden Örtern beobachte man, wenn der Planet P in den Meridian kömmt, den Abstand des Planeten vom Zenith.

Man hat demnach den Winkel ACB als den Unterschied der geographischen Breite.

Ferner die Winkel LAZ und LBH als die Abstände des Planeten vom Zenith, mithin auch

deren Nebenwinkel LAC und LBC. Daher ist in dem Viereck ACBL auch der Winkel ALB als die Summe beider Höhenparallaxen bekannt.

Ich nenne LAZ = a ; LBH = b ; ALC = p ; BLC = q ; die Horizontalparallaxe AHL = h ; So ist für den sinus totus = 1

1 : sin. a = sin. h : sin. p

auch 1 : sin. b = sin. h : sin. q

und weil p ; q ; h ; immer so kleine Winkel sind, dass sie sich wie ihre Sinus verhalten so ist es verstattet zu setzen

1 : sin. a = h : p

1 : sin. b = h : q

also $p = h \cdot \sin. a$

$q = h \cdot \sin. b$

und $p + q = h (\sin. a + \sin. b)$

folglich $h = \frac{p + q}{\sin. a + \sin b}$

§. 231. *Zusatz.* Liegen B und A auf einerlei Seite von CL so erhält man

$$h = \frac{p - q}{\sin. a - \sin. b}$$

§. 232. *Zusatz.* Wenn die geographische Breite nicht sicher genug bekannt ist, so kann ALB auch so gefunden werden, dass man die Weite des Planeten von einem Fixstern F beobachtet der mit ihm zugleich in den Meridian kömmt. Es ist nemlich wenn der Fixstern aus A und B auf verschiedenen Seiten des Planeten gesehen wird, LAF + LBF = ALB.

Wird aber der Fixstern aus beiden Standpuncten auf einerlei Seite der Planeten gesehen z. B. nach Z hin, so wäre ALB = LAF — LBF: wie leicht erhellet, wenn man sich die Figur für diesen Fall entwirft.

§. 233. *Exempel.* Im Jahr 1751. den 6. Octob. Abends um 10 Uhr 30 Min. beobachteten *Wargentin* in Stockholm und *de la Caille* am Vorgebürge der guten Hofnung die Parallaxe des *Mars*.

Wargentin fand Weite vom Zenith ; a = 68° 14' und den nordlichen Rand des Planeten 6,6" südlicher als den Stern λ im Wassermann.

De la Caille fand Weite vom Zenith b = 25° 2' und den nordlichen Rand des Planeten 26,7" nordlichen als den Stern λ im Wassermann.

$$\text{Also ALB} = 6{,}6'' + 26{,}7'' = 33{,}3''$$

$$\text{Folglich } h = \frac{33{,}3''}{\sin. 68^\circ\ 14' + \sin. 25^\circ 2'}$$

Will man mit Logarithmen rechnen, so hat man

log. 33,3	=	1,5224442
sin. 68° 14	=	0,9287017
sin. 25° 2'	=	0,4231455
Summe d. sin.	=	1,3518472
log. dies. Sum.	=	0,1309284 abgez. v. log. 33,3
erhält man log. h	=	1,3915158
hieraus h	=	24,"63

§. 234. *Anmerkung.* Die Horizontalparallaxe des Mondes wurde in eben dem Jahr 1751 von *de la Caille* am Vorgebürge der guten Hofnung und von *de la Lande* in Berlin beobachtet und für die mittlere Entfernung des Mondes auf 57' 3" bestimmt. Wenn der Mond in der Erdnähe und zugleich in Opposition mit der Sonne ist, so ist sie am grössten nemlich 1° 1' 25". Wenn er in der Erdferne und zugleich in Conjunction ist, so ist sie am kleinsten nemlich 53' 53".

(Bemerkungen über den Fall, wenn beide Standörter nicht unter einerlei Meridian liegen.)

(Andere Methoden die Horizontalparallaxe zu finden. Die, der *Sonne* vermittelst Beobachtung der Durchgänge unterer Planeten. Man hat sie aus den Durchgängen der der Venus 1761. und 1769 auf 8," 6 bestimmt.)

§. 235. *Lehrsatz. Die Horizontalparallaxen verschiedener Planeten, oder auch eines Planeten in verschiedenen Entfernungen verhalten sich umgekehrt wie die Entfernungen.*

Beweis. Eines Planeten Horizontalparallaxe sey APC; eines andern AHC. Also für sin. tot. = 1 ist

CP : CA = 1 : sin. APC
CA : CH = sin. AHC : 1

CP : CH = sin. AHC : sin. APC

§. 236. *Zusatz.* Wenn man nun die Horizontalparallaxe eines Planeten nach §. 230. und die Verhältnisse der Entfernungen nach §. 197. gefunden hat, so kann man die Parallaxe eines andern Planeten aus jener nach §. 236. leicht berechnen.

§. 237. *Aufgabe. Die Entfernung eines Weltkörpers vom Mittelpunct der Erde zu finden.*

Auflösung. Man suche die Horizontalparallaxe = h (§. 230. 256.) Aus dieser und aus dem bekannten Halbmesser der Erde = r (§. 223.) findet sich die gesuchte Entfernung = b durch die Proportion.

$$\text{sin. h} : \text{sin. tot.} = \text{r} : \text{b}.$$

$$\text{also b} = \frac{\text{r} . \text{ sin. tot.}}{\text{sin. h}}$$

§. 238. *Exempel.* Für den *Mond* sey nach (§. 234.) $h = 57' 3''$.

$$\log. \text{sin. tot.} = 10{,}0000000$$
$$\log. \text{sin. h} = \underline{8{,}2199614}$$
$$\log. \frac{\text{sin. tot.}}{\text{sin. h.}} = 1{,}7800386$$
$$\frac{\text{sin. tot.}}{\text{sin. h}} = 60{,}26$$
$$b = 60{,}26 . r$$

etwa 51600 Meilen (§. 223.).

§. 239. *Exempel.* Für die *Sonne* sey nach (§. 235.) $h = 8'',6$.

$$\log. \sin. tot. = 10,0000000$$
$$\log. \sin. h = \underline{5,6200733}$$
$$\log. \frac{\sin. tot.}{\sin. h} = 4,3799267,$$
$$\frac{\sin. tot.}{\sin. h} = 23984$$
$$b = 23984 . r.$$

etwa 20626240 Meilen (§. 223.)

§. 240. *Zusatz.* Aus §. 197. und §. 237. lässt sich also die Weite der Planeten von der Sonne in Erdhalbmessern, Meilen, Toisen u. s. w. finden.

§. 241. *Anmerkung.* Bei Fixsternen ist keine Parallaxe, selbst nicht einmal der *Erdbahn*; die Erde mag sich in ihrer Bahn befinden, wo sie will, so ändert dies nichts in der Lage der Sterne gegen einander. Mithin kann auch die Entfernung der Fixsterne nicht einmal ungefähr bestimmt werden. Ihre Weite ist von der Erde aus unermesslich. Die Bewohner solcher Weltkörper, die grössere Bahnen durchlaufen, wie des Saturns, des Uranus oder der Kometen können vielleicht eher etwas darüber bestimmen.

§. 242. *Anmerkung.* Bei dem Monde ist der Unterschied seiner Entfernung vom Mit-

telpunct der Erde und vom Orte des Beobachters nicht unbeträchtlich. Im Horizont ist der Mond weiter von uns, als im Meridian: sein durch Mikrometer gemessener scheinbarer Durchmesser ist also dort kleiner, als hier, ob es uns gleich umgekehrt vorkömmt.

Ursache dieser optischen Täuschung.

§. 243. *Anmerkung.* Unsichere Methode der Alten, die Entfernung der Sonne zu finden, aus dem rechtwinklichten Dreieck zwischen Sonne, Erde und Mond im ersten oder letzten Viertel.

§. 244. *Aufgabe. Die Grösse eines Weltkörpers zu finden.*

Auflösung. Der scheinbare Halbmesser ist aus Beobachtung bekannt. Man suche die wahre Entfernung nach §. 137., sodann hat man die Proportion. Wie sich der sinus totus verhält zum Sinus des scheinbaren Halbmessers, so verhält sich die Entfernung zum wahren Halbmesser.

Das Dreieck ALD Fig. 13. ist nemlich bei D rechtwinklicht, also sin. tot. : sin. A = AL : LD.

Es sey wie (§. 237.) AL = b; ferner sey der wahre Durchmesser = d, also LD = $\frac{1}{2}$D und der scheinbare Durchmesser = δ, also LAD = $\frac{1}{2}\delta$, so ist $\frac{1}{2}$ d = $\frac{\text{b . sin. } \frac{1}{2}\delta}{\text{sin. tot.}}$

Aber im (§. 237.) war $b = \frac{\text{sin. tot.} \cdot r}{\text{sin. h}}$

Folglich $\frac{1}{2} d = \frac{\text{sin. tot.} \cdot r \cdot \text{sin.} \frac{1}{2}\delta}{\text{sin. h} \cdot \text{sin. tot.}} = \frac{r \cdot \text{sin.} \frac{1}{2}\delta}{\text{sin. h}}$

§. 245. *Exempel.* Für den Mond in der mittlern Weite von der Erde ist $h = 57' 3''$; $\delta = 31' 9''$; $\frac{1}{2}\delta = 15' 34\frac{1}{2}''$.

$$\log. \text{sin.} \tfrac{1}{2}\delta = 7{,}6561465$$
$$\log. \text{sin. h} = \underline{8{,}2199614}$$
$$\log. \frac{\text{sin.} \frac{1}{2}\delta}{\text{sin. h}} = 0{,}4361851 - 1$$
$$\frac{\text{sin.} \frac{1}{2}\delta}{\text{sin. h}} = 0{,}27301$$
$$\tfrac{1}{2} d = 0{,}27301 \cdot r$$

etwa 234,7 Meilen (§. 223.)

Der Durchmesser der Erde ist über 3,6mal so gross, als der Durchmesser des Mondes. Die Erdfläche über 13,4mal, der körperliche Inhalt über 49,4mal. Neun und vierzig Mondkugeln in eine Kugel vereinigt würden noch nicht so gross seyn, als die Erdkugel.

§. 246. *Exempel.* Für die Sonne in der mittlern Entfernung ist $h = 8'',6$; $\delta = 32' 2''$; $\frac{1}{2}\delta = 16' 1''$.

$$\log. \text{sin.} \tfrac{1}{2}\delta = 7{,}6682945$$
$$\log. \text{sin. h} = \underline{5{,}6200733}$$
$$\log. \frac{\text{sin.} \frac{1}{2}\delta}{\text{sin. h}} = 2{,}0482212$$

Die zugehörige Zahl ist 1111,74 *). So vielmal ist der Halbmesser oder Durchmesser der Sonne grösser, als der Halbmesser oder Durchmesser der Erde. Die Oberfläche der Sonne 12485,.... mal, der körperliche Inhalt 1395166,.... mal.

§. 247. *Anmerkung.* Folgendes ist eine kurze Übersicht unserer Sonnenwelt.

A. *Die Sonne.*

Durchmesser. Ungefähr 112 Erddurchmesser.

Lage ihrer Axe. Nach Cassini macht die Axe mit der Ebne der Ekliptik einen Winkel $= 82\frac{1}{2}°$. Eine Ebne durch die Sonnen*axe* senkrecht auf die Ekliptik gesetzt, schneidet diese in einer Linie, die durch den 1oten Grad der Fische und der Jungfrau geht; so dass der nördliche Pol der Sonne über dem 1oten Grade der Fische, der südliche über dem 1oten Grade der Jungfrau liegt. Der Durchschnitt des Sonnen*aequators* mit der Ekliptik aber geht durch den 1oten Grad des Schützen und der Zwillinge.

Umdrehung. Die Zeit zwischen der Erscheinung eines Fleckens an derselben Stelle von der Erde aus gesehen setzt Cassini = 27 Tage 12 St. 20 M. Weil aber die Erde während dieser Zeit selbst mit den Flecken nach

*) Nach den Berl. Ephemeriden 1777 noch grösser, nemlich 112,79.

einerlei Richtung fortrückt, so ist die eigentliche Umdrehungszeit nur = 25 T. 14 St. 8'.

Scheinbarer Durchmesser. Grösster 32' 37"; kleinster 31' 30".

B. *Die Planeten.*

	☿	♀	♁	♂	♃	♄	♅
Durchmesser.	0,41	0,97	1,00	0,97	11,39	10,10	
Abplattung.			178 : 179	15 : 16	13 : 14	10 : 11	
Neig. d. Bahn geg. d. Ekliptik.	7°	3° 23' 35"	0	1° 51'	1° 18' 56"	2° 29' 50"	0° 46' 20"
Mittl. Entf. v. ☉	0,3871	0,7233	1,0000	1,5237	5,2028	9,5407	19,1836
Eccentricität.	0,2055	0,0069	0,0168	0,0931	0,0481	0,0562	0,0467
Siderisch. Umlauf.	87 T. 23 St. 15' 43"	224 16 49 10	365 6 9 11	686 23 30 35	4332 14 27 11	10759 1 51 11	30689 18 14
Trop. Umlauf.	87 T. 23 St. 14' 33"	224 16 41 17	365 5 48 45	686 22 18 27	4330 14 39 2	10746 19 16 15	30589 8 38
Umdrehung.		23 St. 21'	23 56 3,5	24 40	9 57	14 29	
Scheinb. Durchm. grösster	7"	58"		30"	63"		5"
Scheinb. Durchm. kleinster				4"	38"	30"	

Bei der Eccentricität ist jedes Planeten mittlere Entfernung von der Sonne = 1 gesetzt.

Die Umdrehungszeit der Venus ist nach *Schröter* angegeben. *Cassini* hat ungefähr dieselbe 23 St. 20'. *Bianchini* setzte 24 Tage 8 St. Die Umdrehungszeit des Saturns ist nur nach Vermuthung angegeben.

C. *Die Trabanten.*

1. *Der Mond.*

Durchmesser = 0,273, Scheinbarer Durchmesser, grösster 33' 34", kleinster 29' 25".

Neigung der Bahn gegen die Ekliptik. grösste 5° 17' 30", kleinste 4° 58' 30".

Mittlere Entfernung von der Erde, ungefähr 60 Erdhalbmesser.

Periodischer Monat	27 T.	7 St.	43'	5"
Siderischer	27	7	43	12
Synodischer	29	12	44	3
Anomalistischer	27	13	18	35
Drachenmonat	27	5	6	56

Umdrehungszeit ist dem periodischen Monate gleich.

2. *Jupiterstrabanten.*

	I.	II.	III.	IV.
Entf. v. Jup. dessenHalbm. = 1.	5, 965	9, 494	15, 141	26, 630
Scheinb. Abst.,	1′ 51″	2′ 57″	4′ 42″	8′ 16″
Period. Uml.	1 T. 18 St. 27′ 33″	3 13 13 42	7 3 42 33	16 16 32 8
Synod. Uml.	1 T. 18 St. 28′ 36″	3 13 17 54	7 3 59 36	16 18 5 7

Der scheinbare Abstand ist der, worin sie aus der Erde mittler Entfernung vom Jupiter gesehen werden.

3. *Saturnsring und Trabanten.* Der *Ring* ist nach Herschels neuesten Beobachtungen doppelt. Durchmesser des äussern Randes zum Durchmesser Saturns wie 31 : 13 Breite der beiden Ringe $\frac{1}{7}$ vom Durchmesser des äussern Randes. Umdrehungszeit des äussern Ringes 10 St. 32′ 15″. Neigung gegen die Bahn des Saturns 30°.

Trabanten.

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.
Entf. v. Sat. d. Halbm. = 1.	2,927	3, 756	4,651	5,961	8,321	19,290	56,217
Per. Uml.	0 T. 22 St. 37′ 23″	1 8 53 9	1 21 18 26	2 17 44 51	4 12 25 11	15 22 41 13	79 7 53 43

Die Bahnen der sechs ersten liegen fast in einer Ebne mit dem Ringe, also gegen die Bahn des Saturns um 30° geneigt, die Bahn des letzten um 15°. Der äusserste Saturnstrabant dreht sich nach *Herschels* Beobachtungen in eben der Zeit um seine Axe, worin er um den Hauptplaneten läuft, (wie unser Mond).

4. *Uranustrabanten.*

	I.	II.
Entf. v. Uran. dessen Halbm. ☰ 1.	17	73
Period. Uml.	8 T. 16 St. 58′	13 10 56

Die Bahnen stehen fast *senkrecht* auf der Bahn des Uranus.

Durch den Fleiss der neueren Astronomen und mit Hülfe vollkommener Werkzeuge insonderheit Herschelscher Teleskope, ist die Astronomie mit einer grossen Menge neuer Entdeckungen bereichert worden. Einige davon sind in obiger Uebersicht enthalten; eine vollständige Erzählung derselben würde hier nicht Platz finden.

Den *Uranus* entdeckte Herschel 1781. den 13ten März.

Die beiden Trabanten desselben 1787.

Die beiden innersten Saturnstrabanten 1789 im September und October.

§. 248. *Anmerkung.* Betrachtungen über den Anblick des Himmels auf andern Weltkörpern zum Beispiel auf dem Monde u. dergl. *(Astronomia comparativa).*

Lehren von den Kräften wodurch die Bewegungen der Weltkörper bewirkt werden (Astronomia physica). Die richtigen Begriffe hiervon haben wir insonderheit *Keplern* und *Newton* zu verdanken.

Verfinsterungen.

§. 249. *Erklärung.* Wenn zwei dunkle Weltkörper an einerlei Seite der Sonne mit letzterer in gerader oder beinahe gerader Linie stehen, so wird die *Sonne* dem entferntern Weltkörper von dem näheren ganz oder zum Theil *bedeckt;* und der *entferntere Weltkörper* wird durch den Schatten oder Halbschatten des nähern *verfinstert.*

§. 250. *Erklärung.* Die Sonne kann dem Erdbewohner bedeckt werden von den Körpern die zwischen ihr und der Erde kommen vom *Monde* von der *Venus* und vom *Merkur.* Wenn es vom Monde geschieht, so kann es ganz oder nur zum Theil geschehen, und man nennt diese Begebenheit *Sonnenfinsterniss* (richtiger sollte man Sonnenbedeckung sagen) die also entweder *total* oder *partial* ist. Venus und Merkur können nur einen kleinen Theil der Sonnenscheibe verdecken und man nennt diese Begebenheit einen *Durchgang* der Venus und

des Merkurs durch die Sonne. Wenn die Sonne dem Monde durch die Erde bedeckt wird, so entsteht eine *Mondfinsterniss.* Eben so entstehen Verfinsterungen der Trabanten der übrigen Planeten nemlich des Jupiters des Saturns und Uranus.

§. 251. *Zusatz.* Eine *totale* Sonnenbedeckung sieht das Auge nur dann, wenn es in den *Kernschatten* eines dunkeln Weltkörpers kömmt; eine *partiale* wenn es in den *Halbschatten* kömmt. Ist es in der Axe des Schattenkegels aber jenseits der Spitze des Kernschattens, so sieht es eine *ringförmige* Sonnenbedeckung, da nemlich der dunkle Körper mitten vor der Sonne und rings um denselben ein heller Rand erscheint.

§. 252. *Zusatz.* Da die Sonne so vielmal grösser ist, als die Planeten und Trabanten, so sind die Schatten aller dieser Körper kegelförmig, so dass die Spitze des Kernschattens von der Sonne abgewandt ist; und erstrecken sich nur auf eine gewisse Weite hinter jedem planetarischen Körper hinaus.

So können die Hauptplaneten nur vom Kernschatten *ihrer* Trabanten, und umgekehrt die Trabanten nur vom Kernschatten *ihrer* Hauptplaneten getroffen werden; nicht aber ein Hauptplanet vom Kernschatten eines andern.

Grosse Sonnenbedeckungen können also nur Hauptplaneten von ihren Trabanten und umgekehrt erleiden.

Wären die Planeten grösser als die Sonne, so würden die Kernschatten sich ins Unendliche erstrecken, und sie würden einer den andern oft und lange des Sonnenlichtes und der Sonnenwärme berauben.

§. 253. *Aufgabe. Den aus dem Mittelpuncte der Erde gesehenen scheinbaren Halbmesser des Erdschattens in der Gegend wo der Mond durchgeht zu finden Fig.* 14.

Auflösung. Der Mittelpunct der Sonne sey A der Erde B. Der Mond gehe in C durch den Kernschatten der Erde dessen Halbmesser daselbst CG ist. Also die gesuchte Grösse ist der Winkel CBG.

Es ist $CBG = HBG - HBC$

$HBG = BEF + BGF$

$HBC = ABE$

Also $CBG = BEF + BGF - ABE$.

In Worten ausgedrückt: *Man addire die Horizontalparallaxen der Sonne und des Mondes und subtrahire den scheinbaren Halbmesser der Sonne,* so hat man den scheinbaren Halbmesser des Erdschattens.

§. 254. *Exempel.* Es sey für die mittlere Entfernung

Horizontalparallaxe der Sonne	=	8", 6
Horizontalparallaxe des Mondes	=	57' 3"
Summe	=	57' 11", 6
Scheinbarer Halbm. der Sonne	=	16' 1"
Scheinb. Halbm. d. Erdschattens	=	41' 10", 6
Scheinb. Durchm. d. Erdschatt.	=	1°22'21", 2

§. 255. *Zusatz.* Da der scheinbare Durchmesser des Mondes nur 31' 9" in der mittlern Entfernung beträgt, so *kann* sich der Mond ganz in den Erdschatten einsenken und einige Zeit darin verweilen.

§. 256. *Zusatz.* Begreiflich wird der Halbmesser des Schattens in der Gegend wo der Mond durchgeht, am grössten gefunden, wenn der Mond in der Erdnähe und die Erde in der Sonnenferne ist. Die Verweilung des Mondes in dem Erdschatten kann *höchstens* 1 $\frac{3}{4}$ Stunde betragen.

§. 257. *Zusatz.* I. Läge die Mondbahn ganz oder beinahe in einer Ebene mit der Erdbahn, so würde bei jedem Vollmond eine Mondfinsterniss seyn. Da aber die Mondbahn gegen die Erdbahn unter einem Winkel von etwa 5° geneigt ist, so können nur dann Mondfinsternisse erfolgen, wenn der Mond zur Zeit des Voll-

monds seinem Knoten das heisst der Ekliptik nahe genug ist, um von dem Erdschatten dessen Axe, immer in der Ebne der Ekliptik ist, getroffen zu werden.

Hat er nicht gerade diese Stellung, so geht er zur Zeit des Vollmonds unter oder über dem Erdschatten hinweg.

II. Der *grösste* scheinbare Halbmesser des Erdschattens findet sich nach obigem folgendermaassen wobei wir die Parallaxe der Sonne $= 9''$ setzen.

Grösste Parallaxe des Mondes	$=$	$61' 24''$
Parallaxe der Sonne	$=$	$9''$
		$61' 33''$
Kleinst. scheinb. Halbm. d. Sonne	$=$	$15' 45''$
Grösst. scheinb. Halbm. d. Schatt.	$=$	$45' 48''$

Der grösste Halbm. des Mondes ist $16' 45''$ Wenn daher der Mittelpunct des Mondes mehr als $45' 48'' + 16' 45''$ das ist mehr als $62' 33''$ Breite hat so ist *keine* Mondfinsterniss möglich; und wenn seine Breite mehr als $45' 48'' - 16' 45''$ das ist mehr als $29' 3''$ beträgt so ist *keine totale* Mondfinsterniss möglich.

III. Der *kleinste* scheinbare Halbmesser des Erdschattens findet sich so

kleinste Parallaxe des Mondes = 53′ 48″
Parallaxe der Sonne = 9″
53′ 57″
Grösster scheinb. Halbm. d. Sonne = 16′ 3″
Kleinster scheinb. Halbm. d. Schatt. = 37′ 54″

Hieraus und aus dem kleinsten scheinbaren Halbmesser des Mondes = 14′ 43″ lässt sich leicht bestimmen, bei welcher Breite des Mondes die Finsternisse erfolgen *müssen*.

§. 258. *Zusatz.* Die Länge des Erdschattens beträgt ungefähr 215 Erdhalbmesser, mithin kann der Mond der nur etwa 60 Erdhalbmesser entfernt ist, niemals jenseits der Spitze des Schattenkegels vorbeigehen.

§. 259. *Zusatz.* Wenn wir eine Mondfinsterniss sehen, so sehen die Bewohner des Mondes welche der Erdschatten trifft, eine Sonnenbedeckung. Eine ringförmige aber kann von den Mondbewohnern niemals gesehen werden, weil sie nicht jenseits der Spitze des Schattenkegels der Erde kommen, oder welches einerlei ist, weil der scheinbare Durchmesser der Erde immer viel grösser, als der scheinbare Durchmesser der Sonne ist.

§. 260. *Anmerkung.* Wenn nach §. 253. die Grösse des Erdschattens ferner die Zeit des wahren Vollmonds, die Breite des Mondes zu

dieser Zeit; die ständliche Veränderung der Länge und Breite desselben, und sein scheinbarer Halbmesser bekannt sind, welches die astronomischen Tafeln geben, so kann daraus die Mondfinsterniss *berechnet* und *gezeichnet* werden. Ausfiihrliche Anleitung dazu würde hier zu weitläuftig seyn.

§. 261. *Anmerkung.* Der Mond verschwindet nicht immer gänzlich, selbst bei totalen Mondfinsternissen, sondern behält meistens ein röthliches schwaches Licht welches von dem Lichte herrührt was durch die Erdathmosphäre gebrochen wird. Daher ist auch dieses röthliche Licht am stärksten, wenn die Finsterniss sich in der Erdferne ereignet; da die rothen gebrochenen Strahlen die Mitte des Schattenkegels erreichen können. Bei grossen Finsternissen ist aber auch schon der Mond so gänzlich verschwunden, dass man ihn selbst mit Fernröhren nicht finden konnte. Die *Beschaffenheit* der Erdathmosphäre hat hiebei begreiflich vielen Einfluss.

§. 262. *Zusatz.* Der Kernschatten der Erde ist von einem Halbschatten umgeben und ist weil er sich in letztern verliert nicht scharf begränzt. Daher kann der Ein- und Austritt des Mondrandes oder der Mondflecken nicht aufs *genauste beobachtet* werden.

§. 263. *Zusatz.* Die Mondfinsternisse werden von allen Erdbewohnern denen sie sichtbar ist *zugleich* gesehen. Wenn nun an mehrern Orten die Zeit bemerkt wird, welche für ihren Meridian gezählt wird, als die Mondfinsterniss erfolgte und der Unterschied in Bogen des Aequators verwandelt wird, so kann daraus die geographische Länge dieser Orte bestimmt werden, obgleich wegen des Umstandes §. 262. nicht mit der grössten Genauigkeit.

§. 264. *Anfgabe. Den aus dem Mittelpuncte des Mondes gesehenen scheinbaren Halbmesser des Mondschattens in der Gegend wo er die Erde trifft zu finden.*

Auflösung. Es erhellet, dass diese Aufgabe in Ansehung des Mondes eben das ist, was die Aufgabe §. 253 für die Erde war. Der Mondbewohner würde also die Horizontalparallaxen der Sonne und der Erde addiren und den scheinbaren Halbmesser der Sonne subtrahiren.

Horizontalparallaxe der Sonne aus dem Monde gesehen ist scheinbarer Halbmesser des Mondes aus der Sonne gesehen.

Horizontalparallaxe der Erde aus dem Monde gesehen ist scheinbarer Halbmesser des Mondes aus der Erde gesehen.

§. 265 *Zusatz.* Die Sonne ist beinahe 400mal soweit entfernt als der Mond. In Fig.

14 sey in A die Sonne in B der Mond in C die Erde, so ist beinahe FG : FE = 1 : 400. Nun ist

$$\begin{array}{l} \text{FE : FB} = \text{sin. tot. : tang. FEB} \\ \text{FB : FG} = \text{tang. FGB : sin. tot.} \end{array}$$

mithin FE : FG = tang. FGB : tang. FEB

oder wegen Kleinheit der Winkel

$$\text{FE : FG} = \text{FGB : FEB}.$$

$$\text{also FEB} = \frac{\text{FG}}{\text{FE}} \cdot \text{FGB}.$$

das heisst: die Horizontalparallaxe der Sonne aus dem Monde gesehen ist fast nur $\frac{1}{400}$ des scheinbaren Halbmessers des Mondes aus der Erde gesehen, also etwa $\frac{1}{400}$ 15′ 34″ = $\frac{934''}{400}$ = 2″,33. Diese Grösse ist so unbeträchtlich, dass man sie aus der Rechnung ohne erheblichen Fehler weglässt.

§. 266. *Zusatz.* Es ist ABE = BEF + BDF und wenn man BEF als unbeträchtlich weglässt ABE = BDF. Wiederum ist BDF äusserst wenig von scheinbaren Halbmesser der Sonne aus dem Mittelpunct der Erde gesehen unterschieden, denn die Entfernung der Spitze D des Mondschattens vom Mittelpuncte der Erde ist in Rücksicht der Entfernung der Sonne für Nichts zu achten. Daher ist es verstattet anzu-

nehmen, dass der scheinbare Halbmesser der Sonne vom Monde ausgesehen ABE dem scheinbaren Halbmesser der Sonne von der Erde aus gesehen gleich sey.

§. 267. *Zusatz.* Hienach ist es erlaubt, die Auflösung der Aufgabe §. 264. so abzufassen: *man subtrahire den scheinbaren Halbmesser der Sonne vom scheinbaren Halbmesser des Mondes* beides von der Erde aus gesehen so hat man den scheinbaren Halbmesser des Mondschattens in der Gegend wo er die Erde trifft aus dem Mittelpunct des Mondes gesehen.

§. 268. *Zusatz.* Der scheinbare Halbmesser des *Halbschattens* des Mondes in der Gegend, wo er die Erde trift, ist vom Monde aus gesehen CBK.

Nun ist CBK = BKF + BIF
und BIF = LIA = EIA = IEF + BDF
also CBK = BKF + IEF + BDF.

Aber BKF ist ohne Fehler dem Winkel BGF gleich zu setzen und IEF beträgt nur 4",66... welche man weglassen darf: daher setzt man

CBK = BGF + BDF

das heisst: um den scheinbaren Halbmesser des *Halbschattens* des Mondes aus dem Monde gesehen zu finden, *addirt man die scheinbaren Halbmesser des Mondes und der Sonne aus der Erde gesehen.*

§. 269. *Zusatz.* Die Länge des Mondschattens ist etwa 215 Mondhalbmesser. Der Mondhalbmesser ist nur etwa 0,273 Erdhalbmesser, also beträgt die Länge des Mondschattens etwa 58,7 Erdhalbmesser. Da nun der Mond bald weniger bald mehr von der Erde entfernt ist, so kann die Erde zuweilem vom Kernschatten des Mondes getroffen werden, zuweilen aber jenseits desselben bleiben. In der grössten Nähe kann die Spitze des Schattenkegels $3\frac{4}{7}$ Erdhalbmesser über den Mittelpunct der Erde hinausfallen, in der mittlern Entfernung erreicht sie die Erdfläche noch nicht, sondern bleibt noch $\frac{3}{8}$ Erdhalbmesser, und in der grössten Entfernung gar um 5 Erdhalbmesser von der Erdfläche entfernt

§. 270. *Anmerkung.* Berechnung und Zeichnung der Sonnenfinssternisse.

Bestimmung der geographischen Länge durch Hülfe der Beobachtungen von Sonnenfinsternissen.

Eben dies durch Beobachtungen von Verfinsterungen der Jupiterstrabanten.

Bedeckungen der Fixsterne vom Monde.

Durchgänge der Planeten Mercur und Venus.

Diese Materien können wir hier bloss zur weitern Ausführung erwähnen.

Von den Fixsternen.

§. 271. *Erfahrung.* Die Fixsterne zeigen selbst durch vollkommene mit Mikrometern versehene Fernröhre keinen messbaren Durchmesser, sondern erscheinen bloss wie glänzende Puncte (§. 21.), und ihre Lage gegeneinander bleibt dieselbe, wo auch die Erde in ihrer Bahn sich befinde. Ein culminirender Stern hat im Sommer eben den Abstand vom Scheitel, als im Winter; die Polhöhe ist zu allen Jahreszeiten für einen Ort dieselbe.

§. 272. *Zusatz.* Hieraus schliesst man, dass die Fixsterne im eigentlichen Sinne für uns unermesslich weit entfernt sind, denn die längste Standlinie, an deren Endpuncten wir uns stellen können, die Axe der Erdbahn, giebt für Fixsterne keine Parallaxe. Vielleicht ist es den Bewohnern des Uranus eher möglich, darüber etwas zu bestimmen.

§. 273. *Zusatz.* Das Licht der Fixsterne kommt gewiss nicht von der Sonne, sondern ist ihnen eigen. Sie sind selbst Sonnen, (wie unsere Sonne ein Fixstern) und haben wahrscheinlich ihre Planeten um sich, die wir aber nicht entdecken können.

§. 274. *Erfahrung.* Die Menge der Fixsterne ist unzählbar. Der weisse Schimmer der sogenannten *Milchstrasse* ist der Glanz einer unendlichen Menge von Sternen, die nur mit

sehr grossen Teleskopen einzeln erkennbar werden.

In einigen Gegenden des Himmels sieht man merkwürdige sogenannte *Nebelflecke* von ähnlichem matterem Lichte, wie die Milchstrasse, die vielleicht entfernte Sammlungen von Sternen, neue Milchstrassen sind.

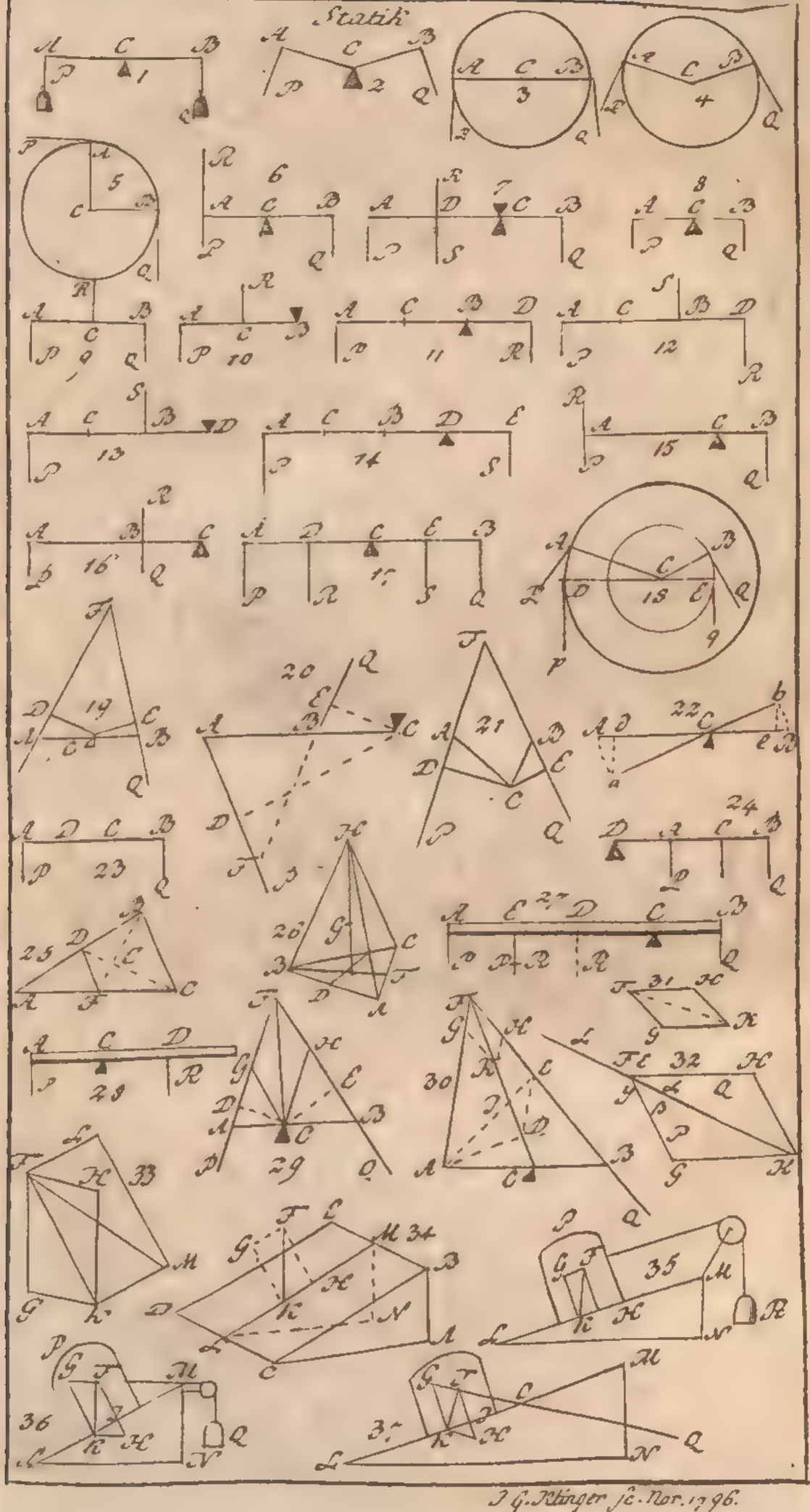
Nicht minder merkwürdig ist die Erscheinung *neuer Sterne*, das Verschwinden und die periodische Ab- und Zunahme des Glanzes an andern, die deshalb *Wandersterne* genannt werden.

§. 275. *Anmerkung.* So hinreissend die Betrachtungen über diese erhabensten Gegenstände des menschlichen Wissens sind, so verstatten doch die Gränzen dieser Anfangsgründe nicht, dieselben weiter zu verfolgen.

Aus eben dem Grunde übergehen wir hier auch die scheinbare Bewegung der Fixsterne wegen *allmähliger Fortpflanzung des Lichts* (aberratio luminis), welche letztere man aus den Verfinsterungen der Jupiterstrabanten geschlossen hat. Von der Sonne zur Erde braucht das Licht ungefähr 8 Minuten.

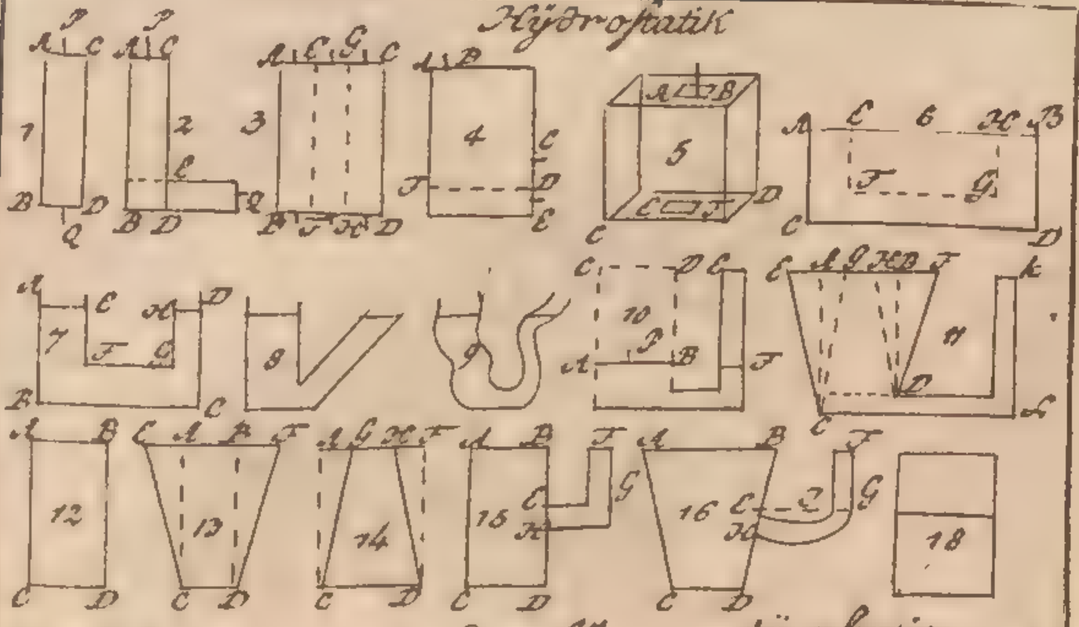
Desgleichen die in neuern Zeiten gemuthmasste wirkliche Bewegung der Fixsterne (wozu auch unsere Sonne zu rechnen) um eine *Centralsonne.*

Statik

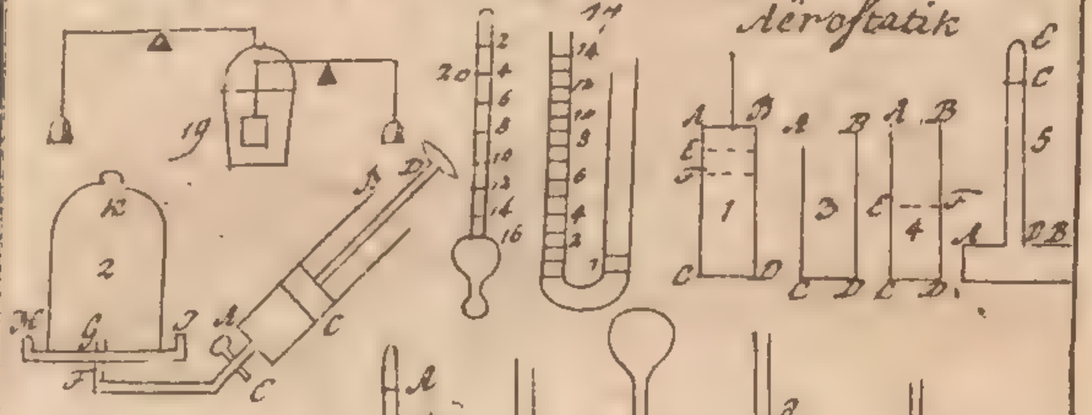


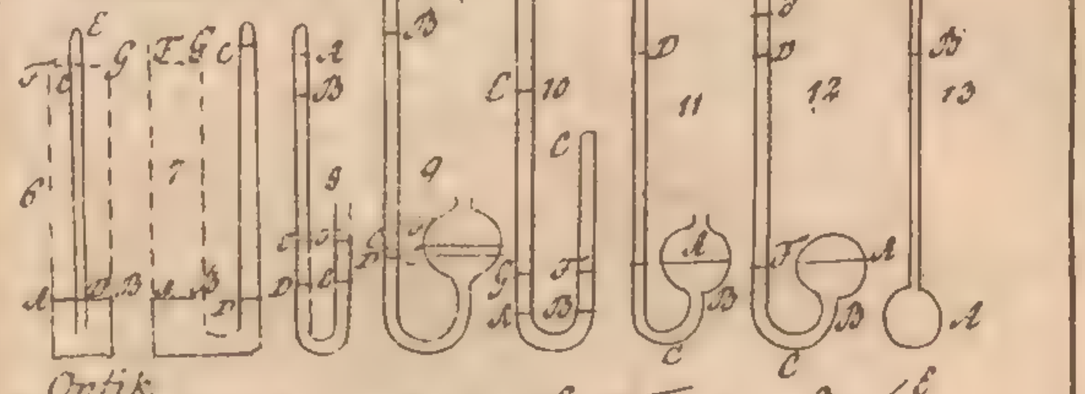
J. G. Klinger sc. Nor. 1796.

Hydrostatik

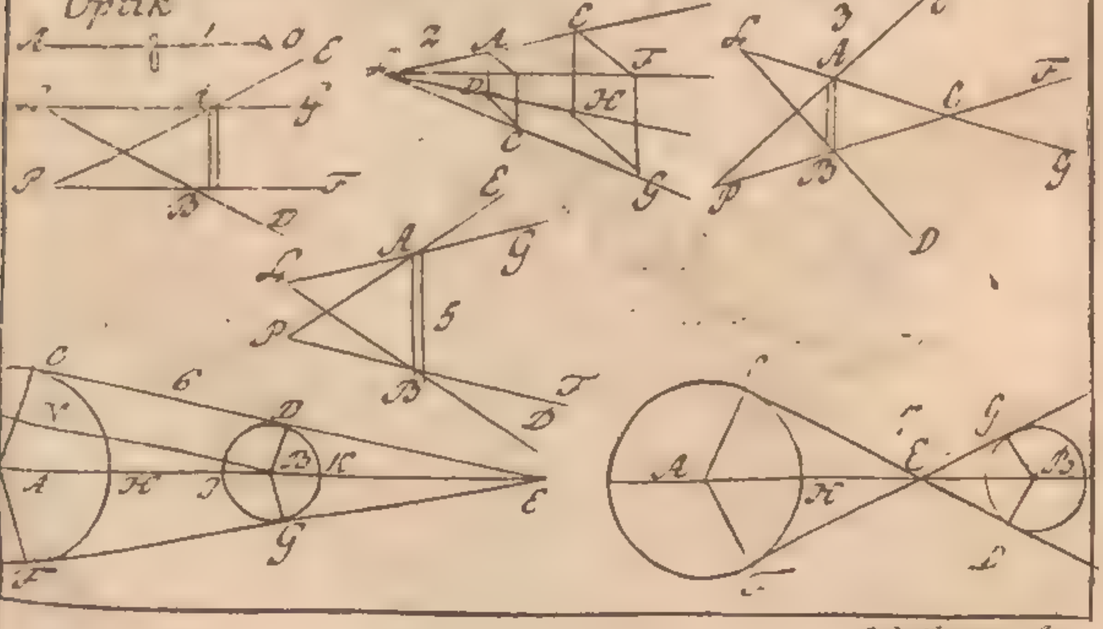


Aërostatik

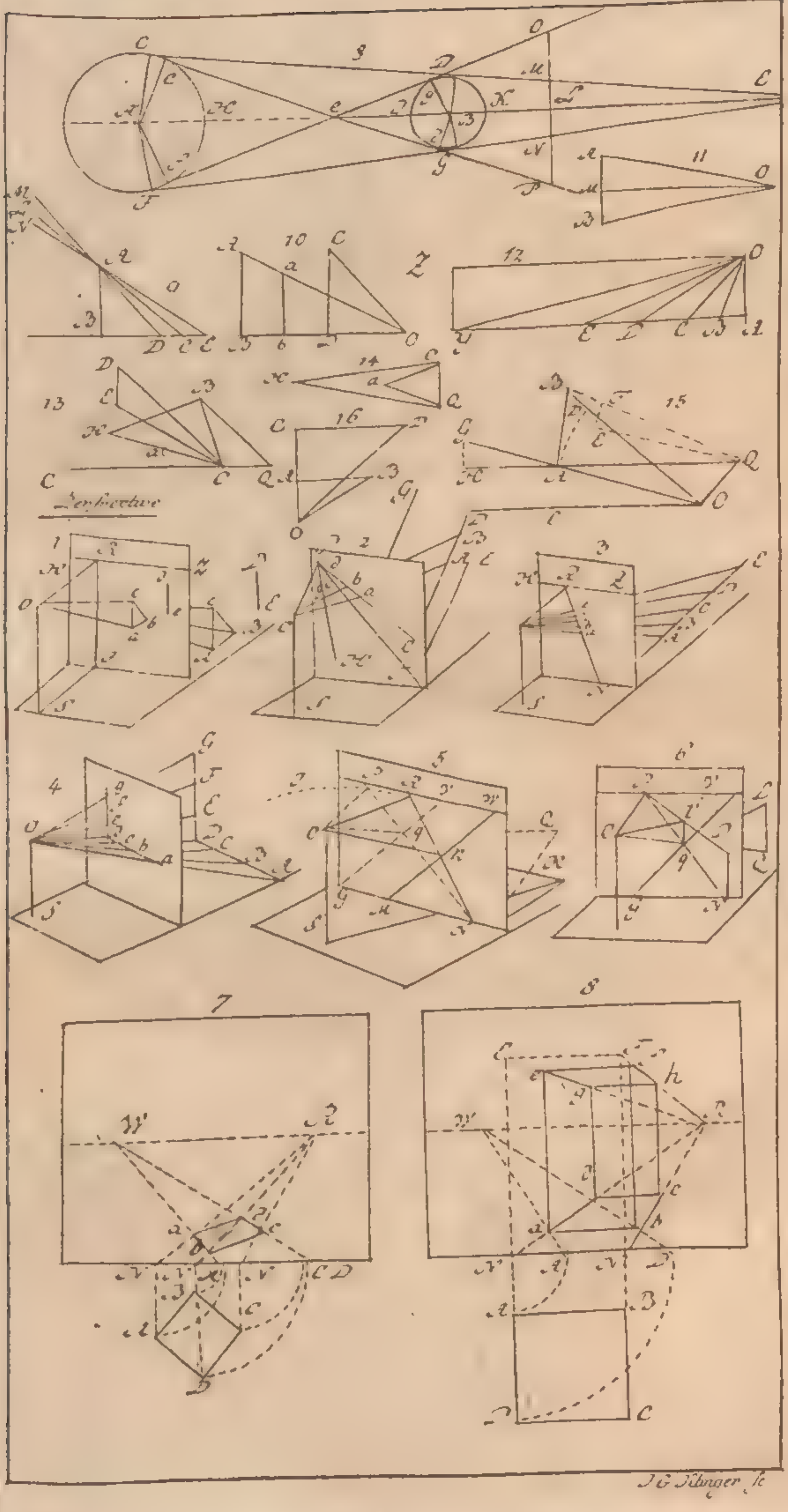




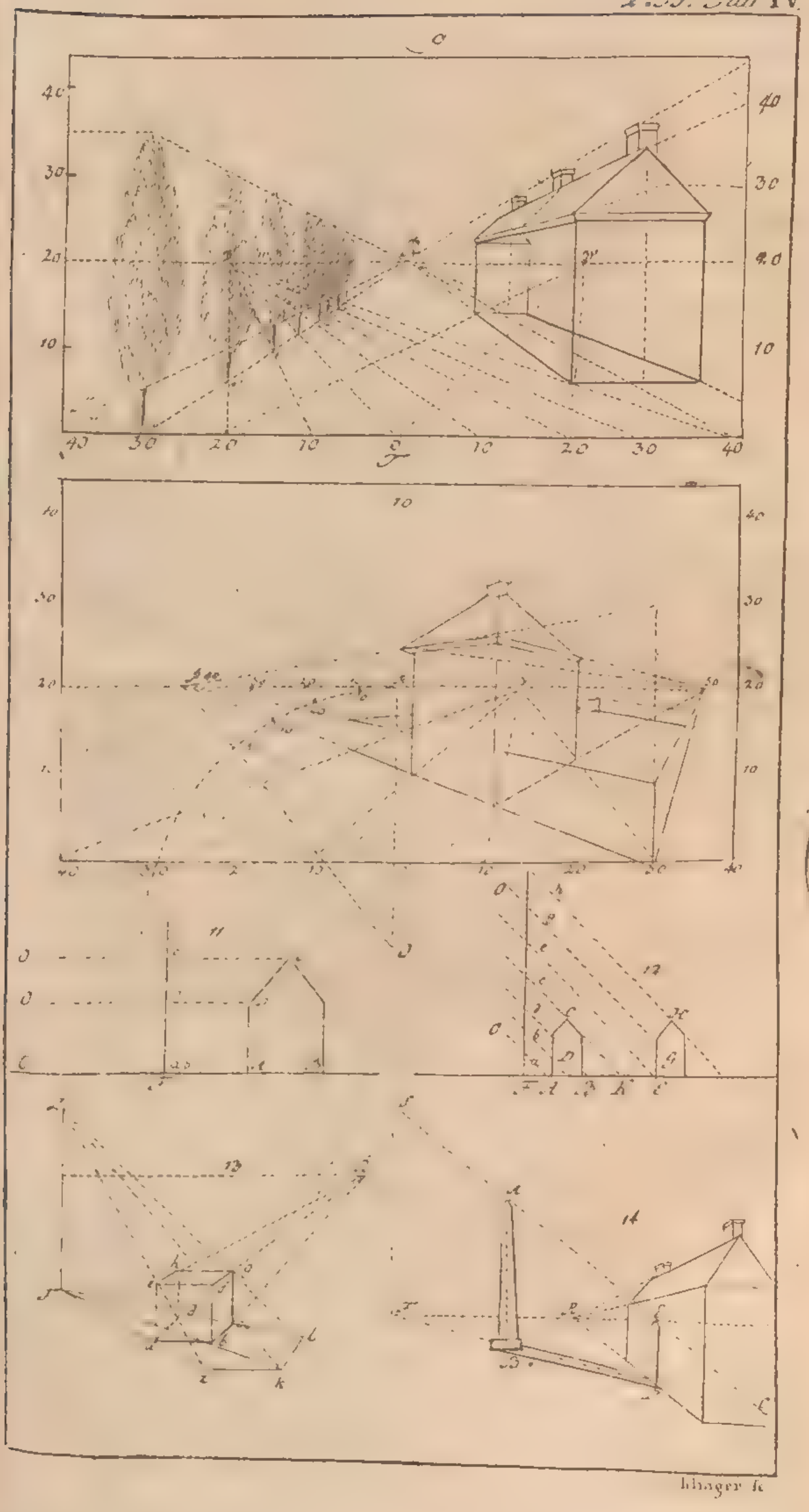
Optik



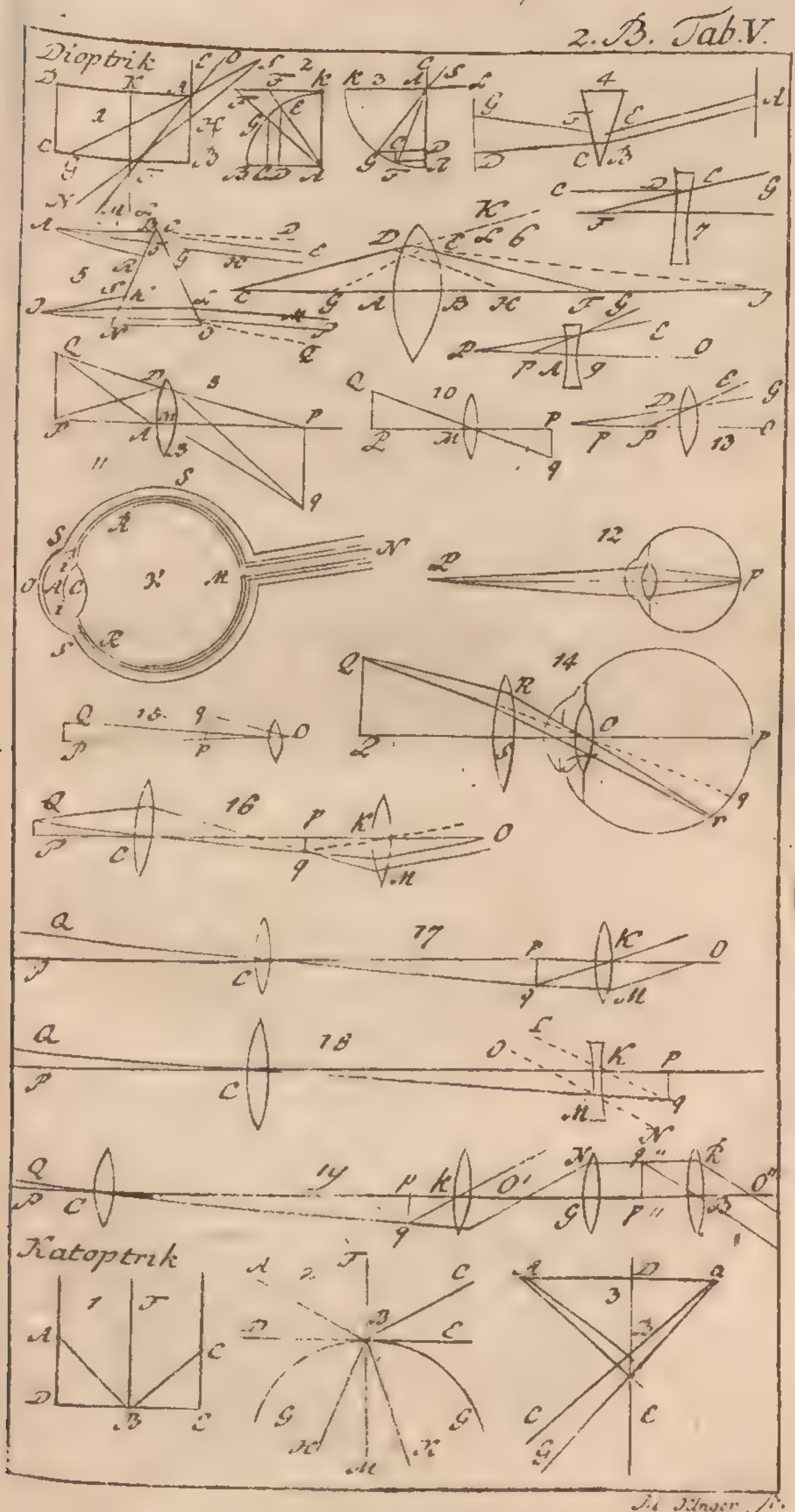
J. G. Klinger, C.

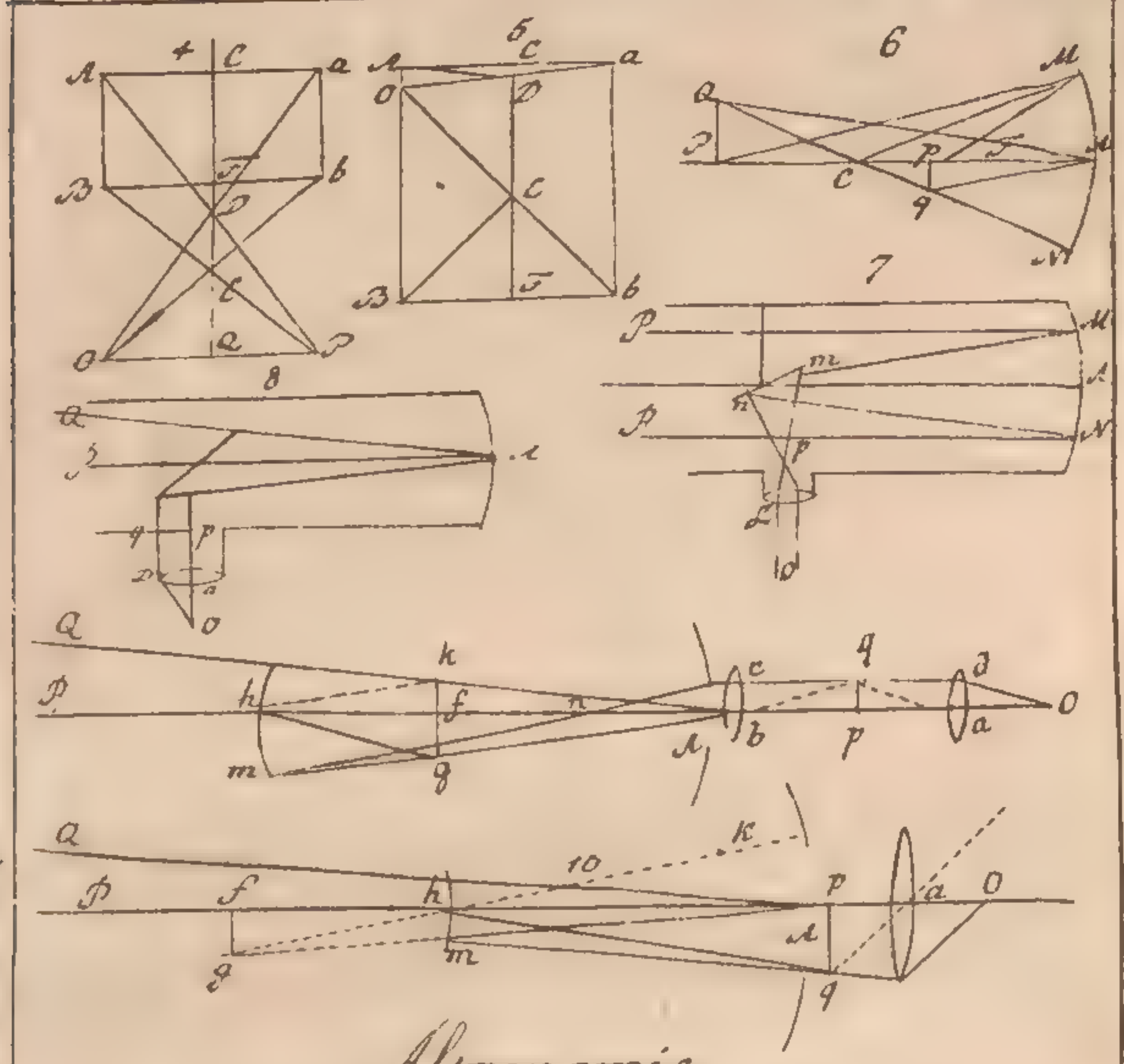


J. G. Klinger, fc

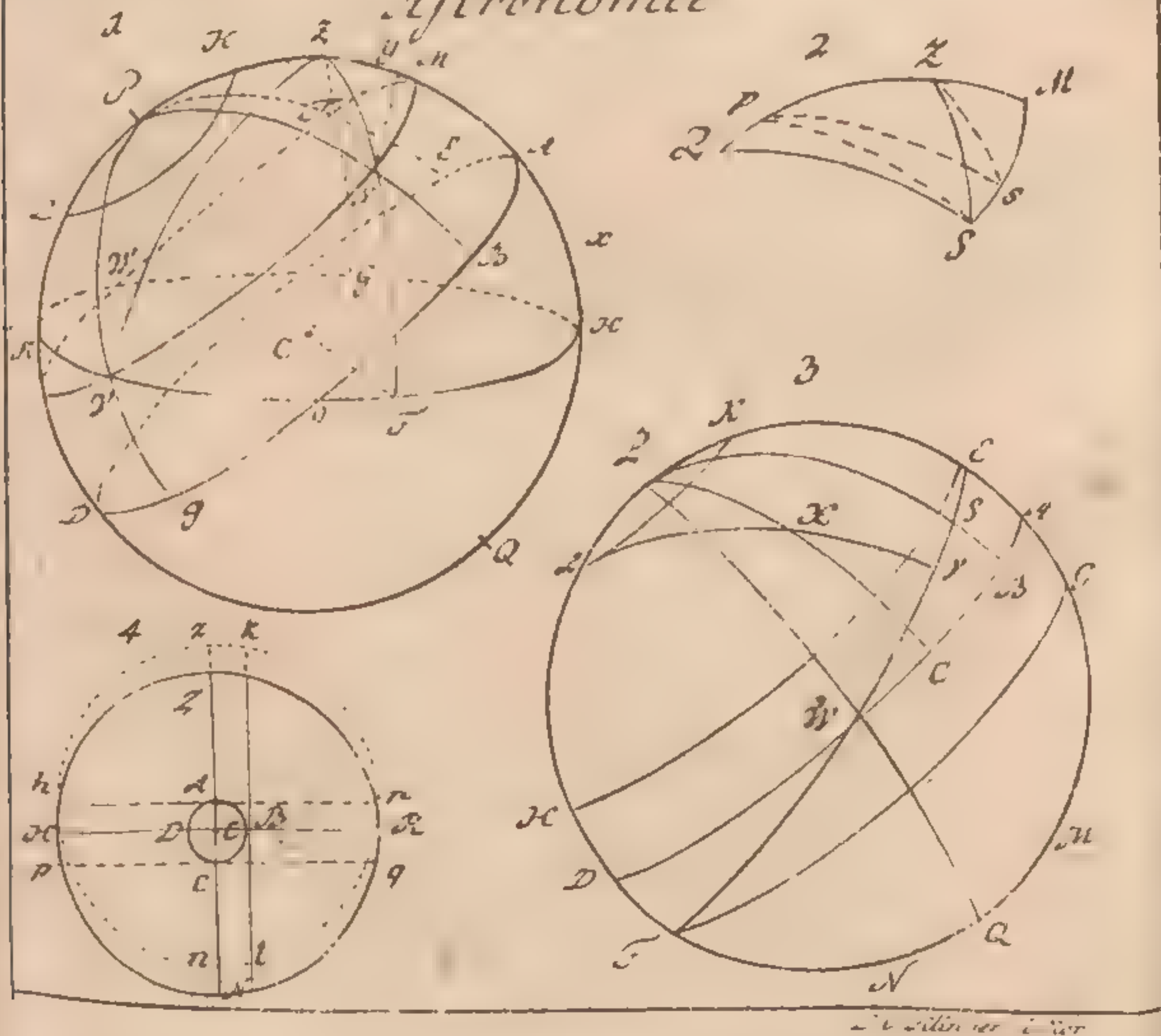


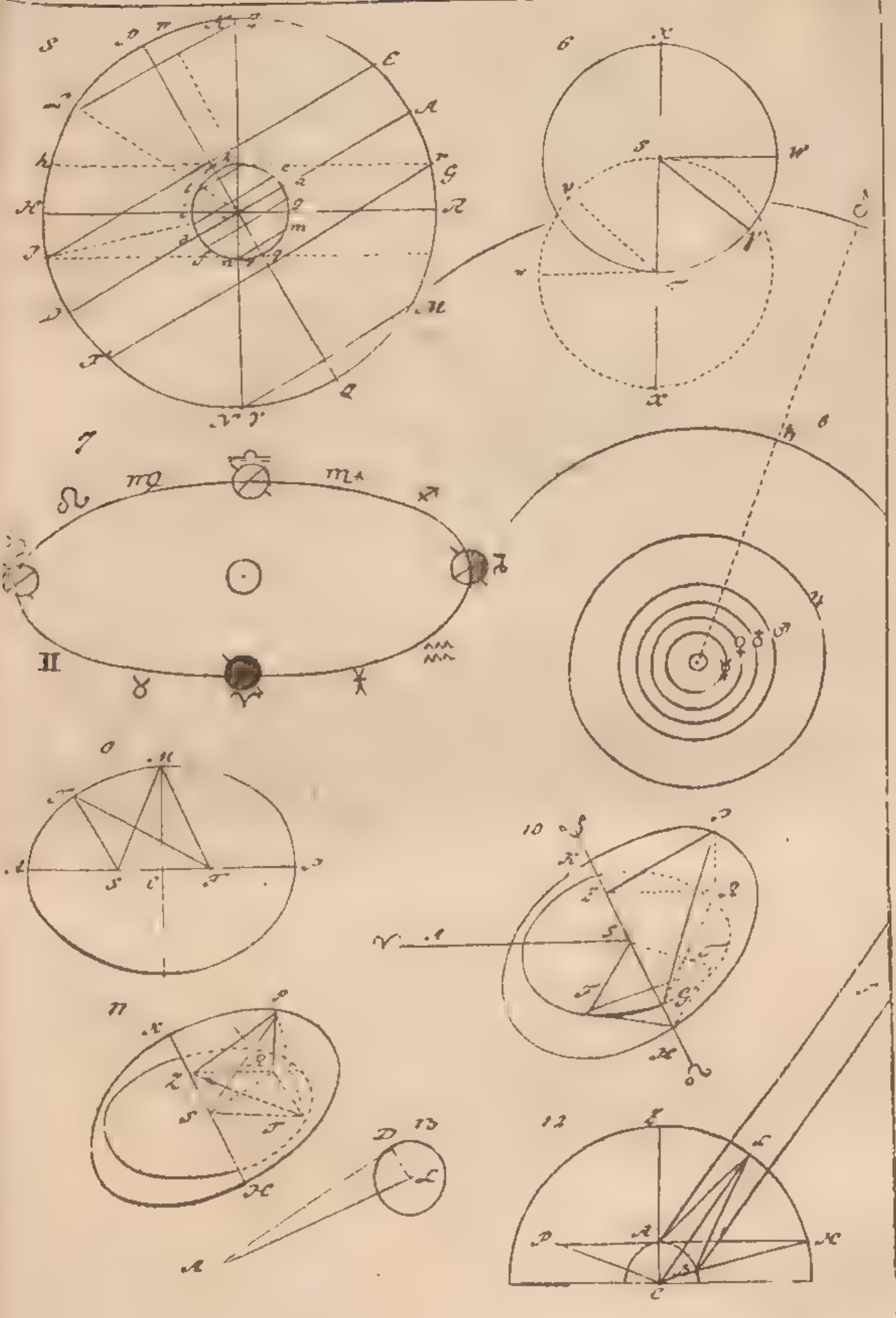
Ibbager fc


Dioptrik
Katoptrik



Astronomie





72

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Vieth, Gerhard Ulrich Anton, 1763-1836

Anfangsgründe der Mathematik

Bd.: 2

Leipzig 1796

Math.u. 198-2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10625619-2
VD18 80052827-001